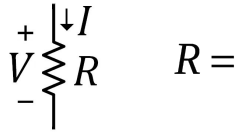
FACULTAD DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

Superposición

Introducción
a la Ingeniería
Electrónica (86.02)

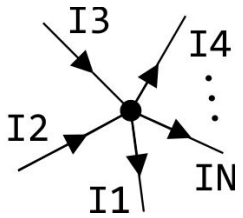
Circuitos básicos

Repaso



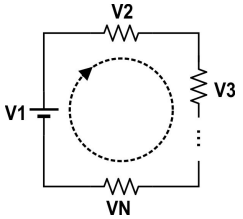
$$R = \frac{V}{I}$$

Ley de Ohm



$$\sum_{k=1}^{N} I_k = 0$$

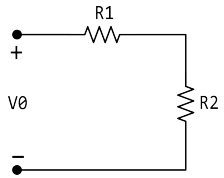
Ley de Nodos



$$\sum_{k=1}^{N} V_k = 0$$

Ley de Mallas

Divisor de tensión

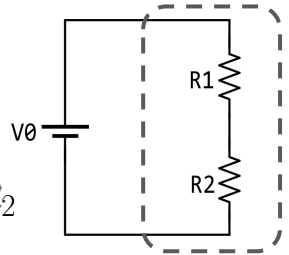


$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_0$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_0$$

Resistencia equivalente serie

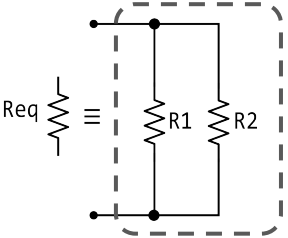
$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2$$



Resistencia equivalente paralelo

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

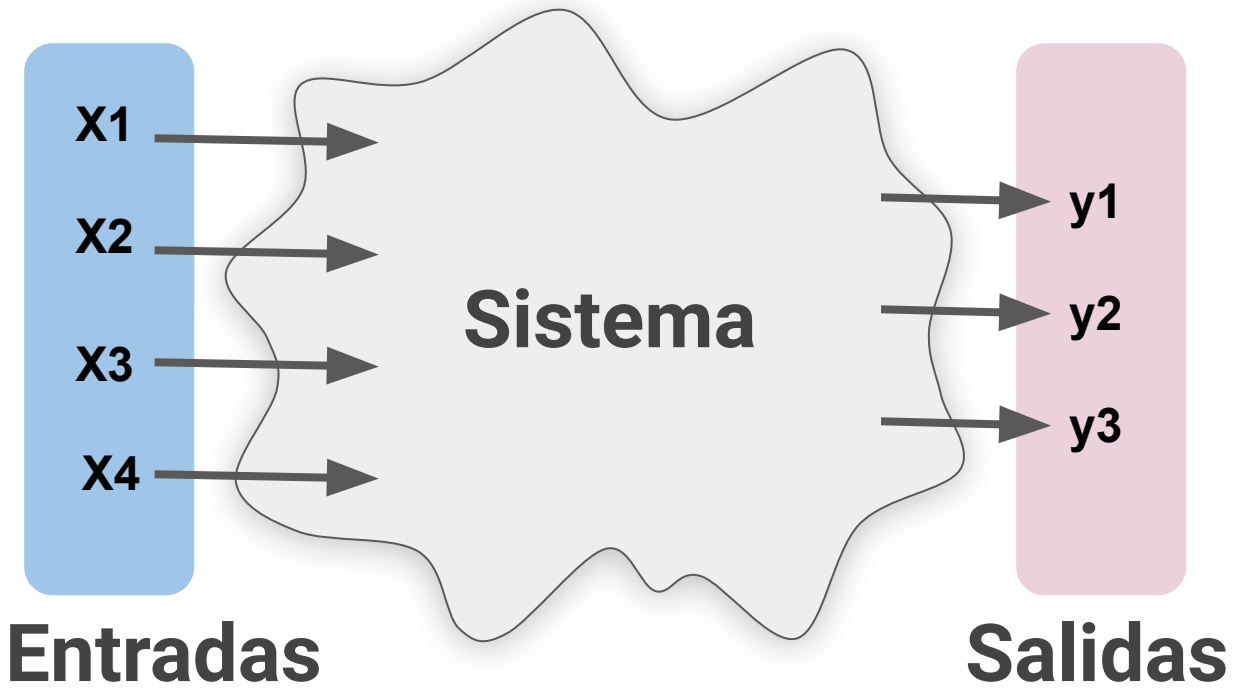
$$= \left(R_1^{-1} + R_2^{-1}\right)^{-1}$$



Principio de superposición

Superposición

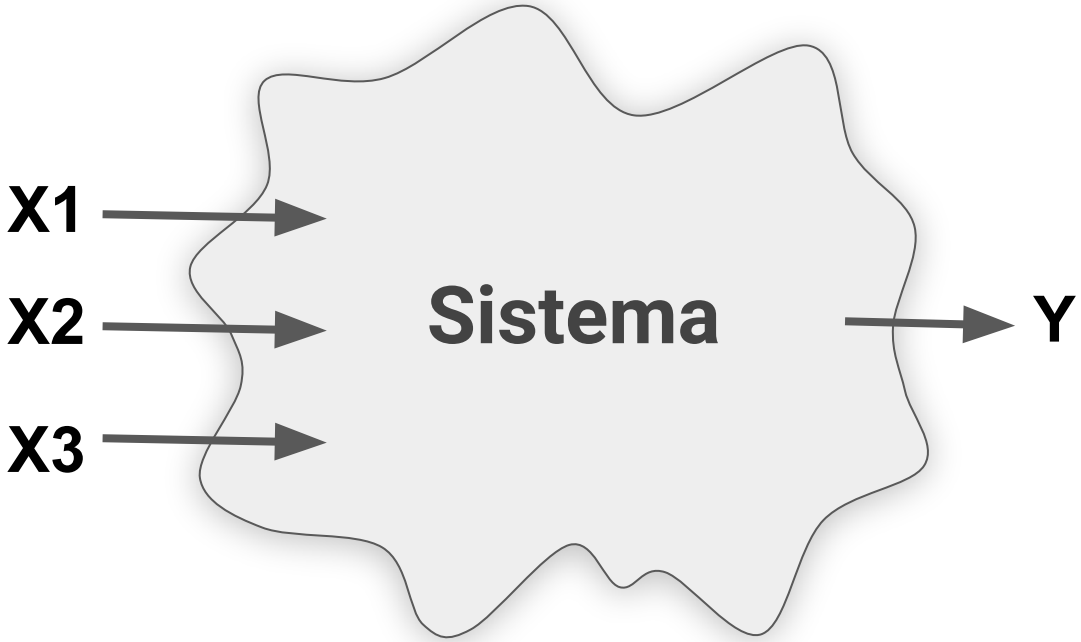
Sistema



Superposición

Sistema

Supongamos un sistema de tres entradas y una salida



¿Qué sucede si sólo aplicamos una entrada a la vez?

Superposición

Sistema

¿Qué sucede si sólo aplicamos una entrada a la vez?

¿Qué sucede si sólo aplicamos una entrada a la vez?

Superposición

Sistema

¿Podríamos obtener la salida total como una función de las salidas parciales?

$$Y = ? \quad Y|_{X1} \quad Y|_{X2} \quad Y|_{X3}$$

Superposición

Sistema

¿Podríamos obtener la salida total como una función de las salidas parciales?

Sí

$$Y = Y|_{X1} + Y|_{X2} + Y|_{X3}$$

Superposición

Sistema

¿Podríamos obtener la salida total como una función de las salidas parciales?

Sí

$$Y = Y|_{X1} + Y|_{X2} + Y|_{X3}$$

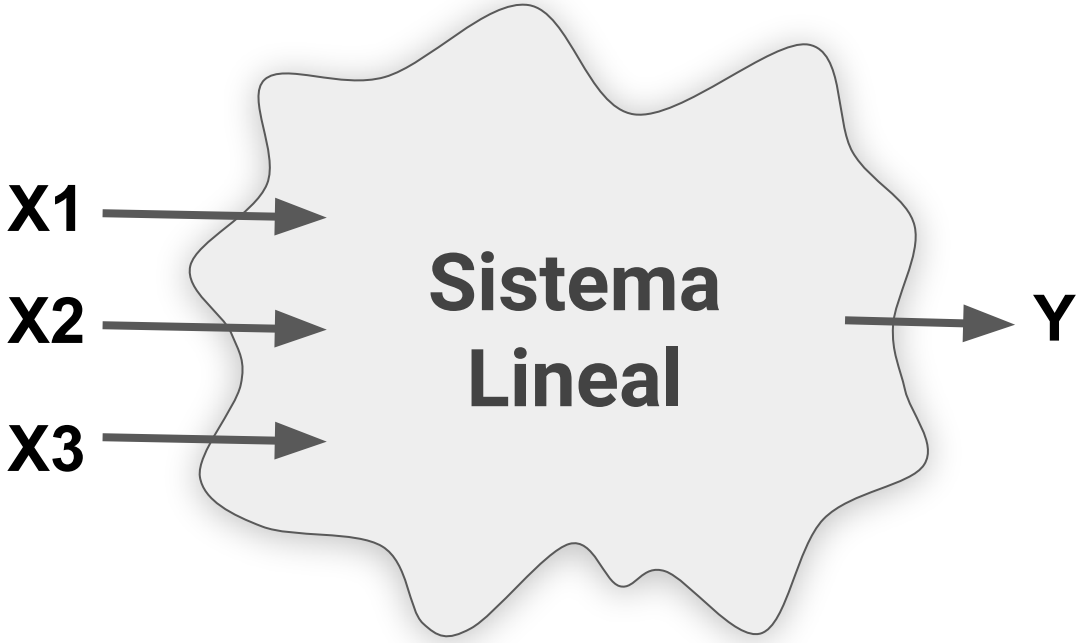
pero...

¿Cuándo es posible aplicar esto?

Superposición

Sistema

Sólo cuando el sistema es “LINEAL”



$$Y = Y|_{X1} + Y|_{X2} + Y|_{X3}$$

Superposición

Sistema

Sólo cuando el sistema es “LINEAL”

$$Y = Y|_{X1} + Y|_{X2} + Y|_{X3}$$

Superposición

Sistema

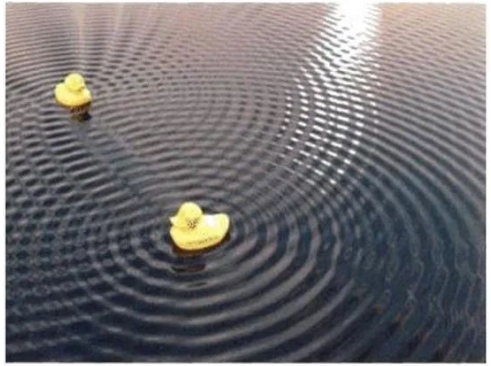
Sólo cuando el sistema es “LINEAL”

$$Y = Y|_{X1} + Y|_{X2} + Y|_{X3}$$

Se cumple el

Principio de superposición

Principio de superposición



Establece que el efecto que producen dos o más entradas sobre un sistema lineal es igual a la suma de los efectos que produce cada entrada por separado

¿Para qué sirve?

Principio de superposición

¿Para qué sirve?

Permite resolver un problema complejo como la suma de varios problemas sencillos

Superposición

Principio de superposición

¿Para qué sirve?

Permite resolver un problema complejo como la suma de varios problemas sencillos

¿Cuándo es posible aplicarlo?

Superposición

Principio de superposición

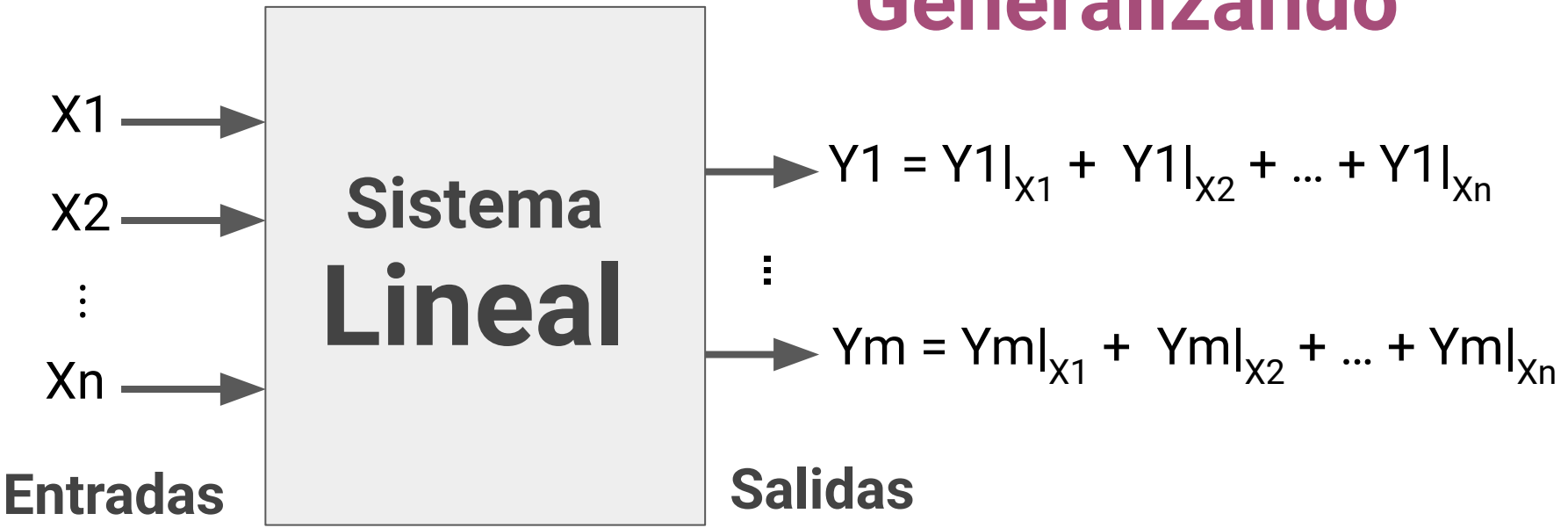
¿Para qué sirve?

Permite resolver un problema complejo como la suma de varios problemas sencillos

¿Cuándo es posible aplicarlo?

Cuando el problema está modelado como un sistema lineal en términos de las variables que lo conforman

Generalizando

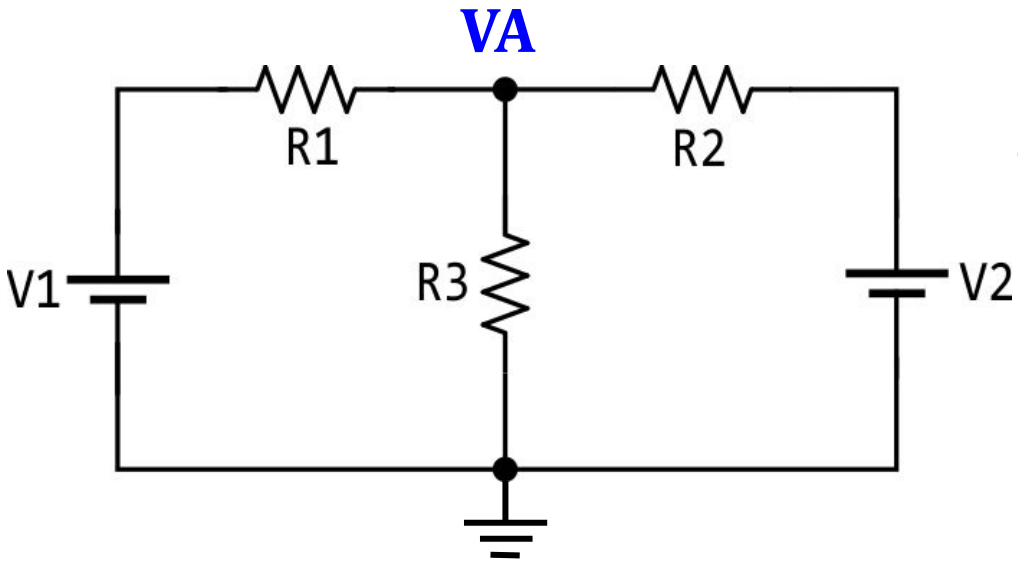


Superposición en circuitos eléctricos

Superposición | En circuitos eléctricos

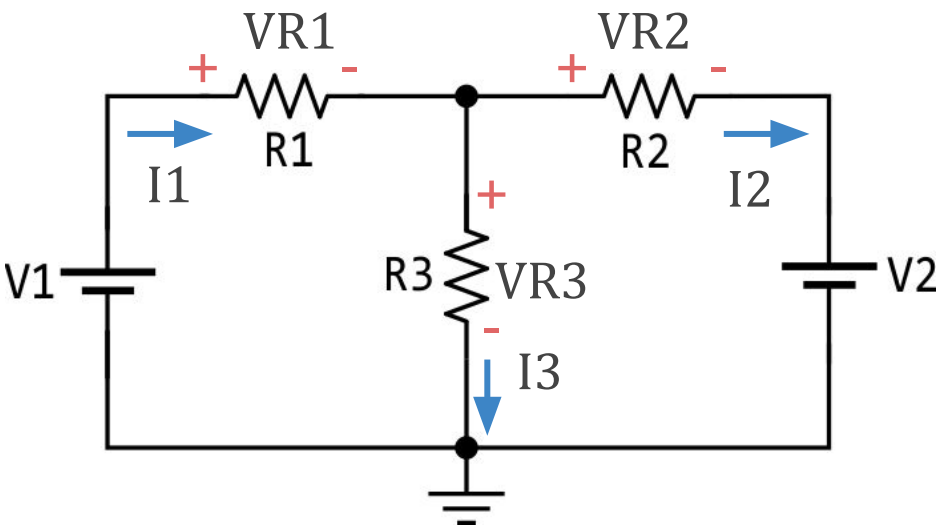
V1=20 V ; V2= 5 V ;

R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ



¿Cuánto vale *VA*?

Circuito con dos fuentes



Sistema

$$VR1 = I1\ R1$$

$$VR2 = I2\ R2$$

$$VR3 = I3\ R3$$

$$I1 = I2 + I3$$

$$V1 - VR1 - VR3 = 0$$

$$VR3 - VR2 - V2 = 0$$

Incógnitas (salidas)

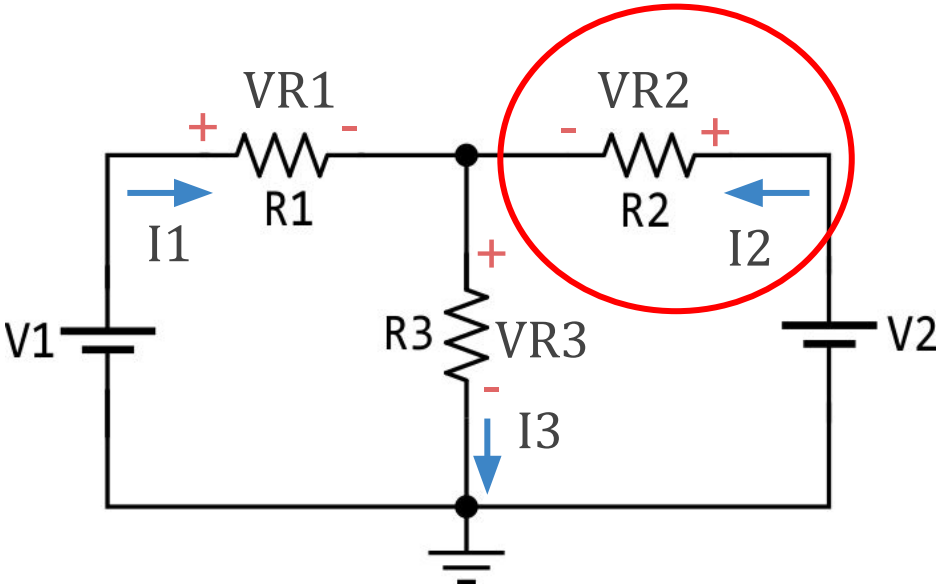
VR1 VR2 VR3

I1 I2 I3

Datos (entradas)

V1 V2

Circuito con dos fuentes



Sistema

$$VR1 = I1\ R1$$

$$VR2 = I2\ R2$$

$$VR3 = I3\ R3$$

$$I1 + I2 = I3$$

$$V1 - VR1 - VR3 = 0$$

$$VR3 + VR2 - V2 = 0$$

Incógnitas (salidas)

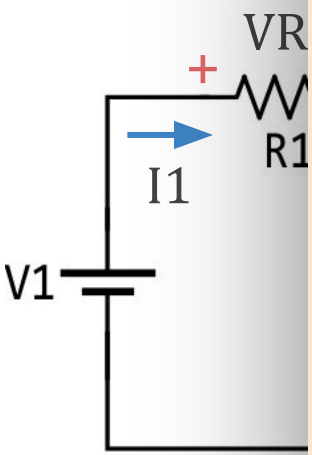
VR1 VR2 VR3

I1 I2 I3

Datos (entradas)

V1 V2

Circuito con dos fuentes



¿Podemos aplicar el principio de superposición?

Incógnitas (salidas)

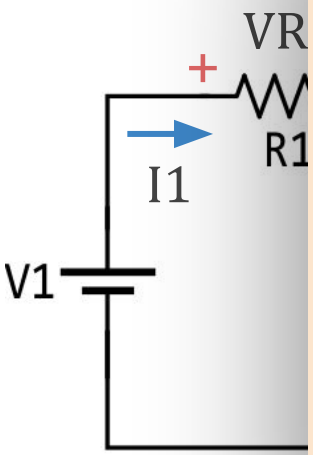
VR1 VR2 VR3

I1 I2 I3

Datos (entradas)

V1 V2

Circuito con dos fuentes



¿Podemos aplicar el principio de superposición?

SÍ, porque es un sistema lineal (leyes de Kirchhoff y Ohm son lineales)

Incógnitas (salidas)

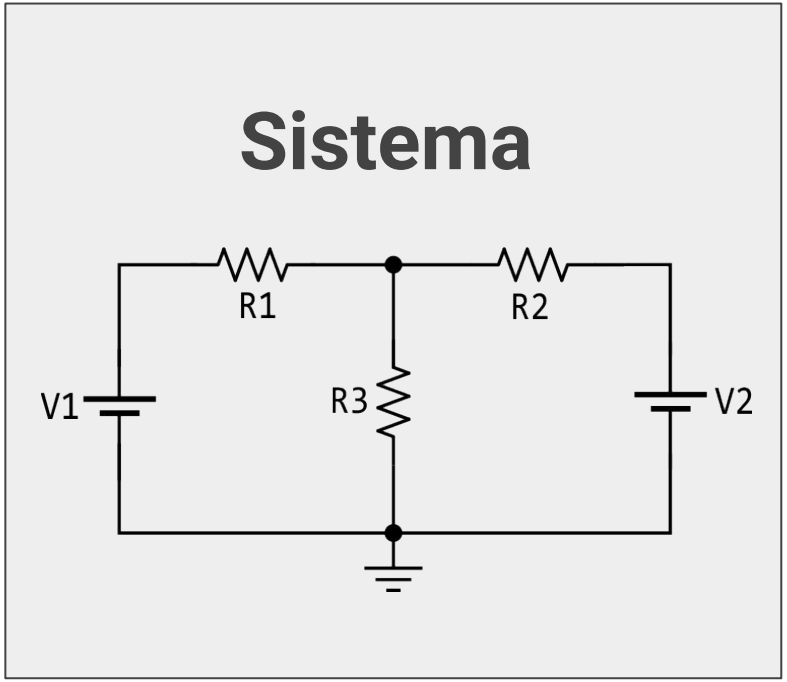
VR1 VR2 VR3

I1 I2 I3

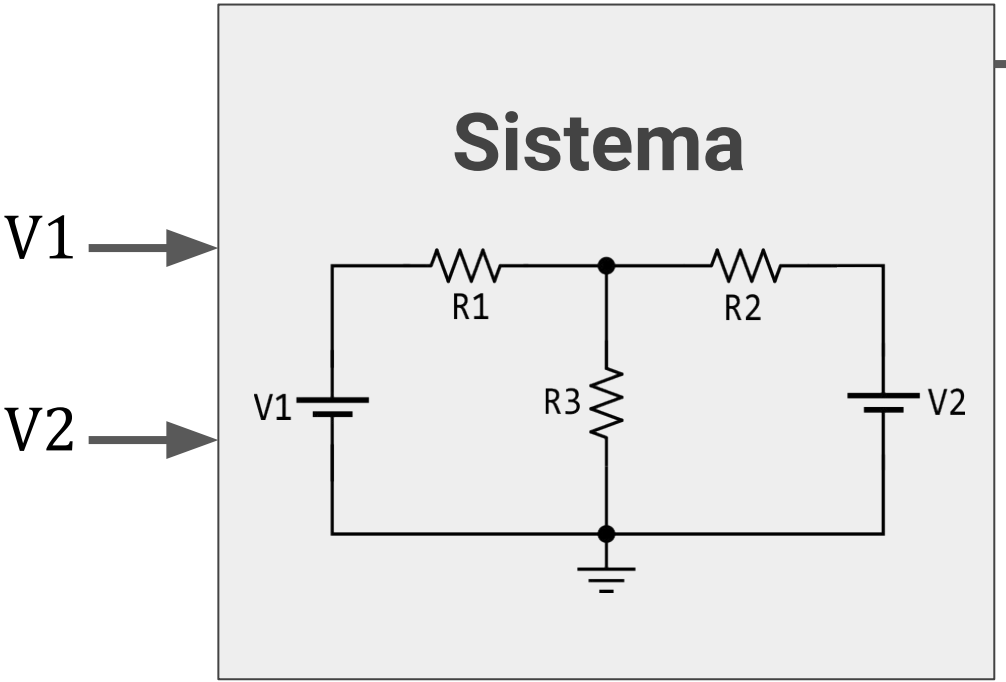
Datos (entradas)

V1 V2

Superposición | En circuitos eléctricos

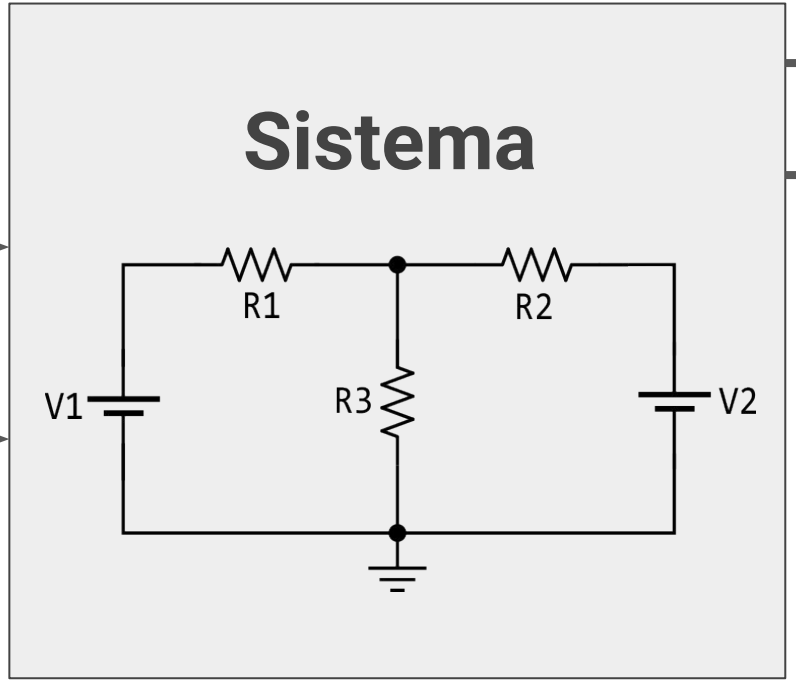


Superposición | En circuitos eléctricos



$$VR1 = VR1|_{V1} + VR1|_{V2}$$

Superposición | En circuitos eléctricos



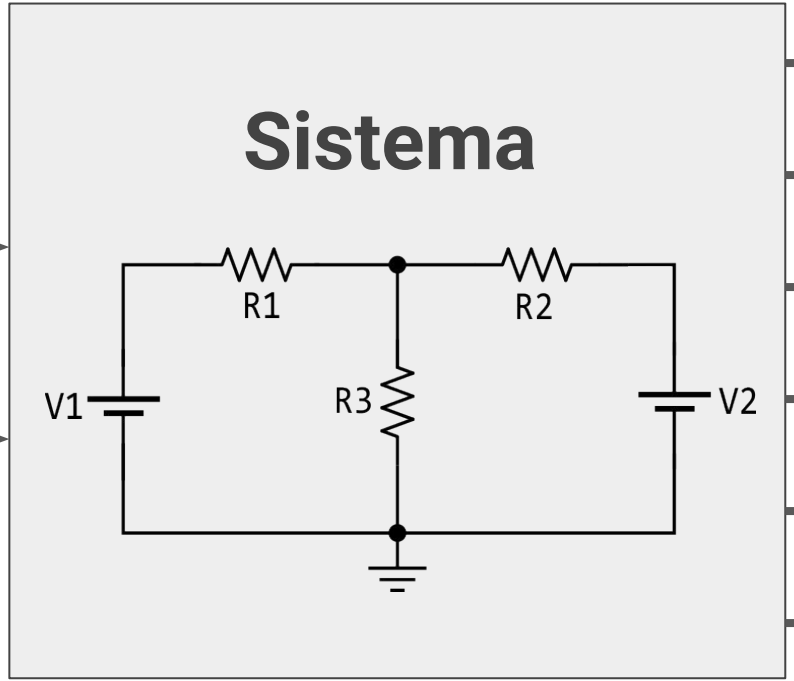
V1

V2

$$VR1 = VR1|_{V1} + VR1|_{V2}$$

$$VR2 = VR2|_{V1} + VR2|_{V2}$$

Superposición | En circuitos eléctricos



V1

V2

$$VR1 = VR1|_{V1} + VR1|_{V2}$$

$$VR2 = VR2|_{V1} + VR2|_{V2}$$

$$VR3 = VR3|_{V1} + VR3|_{V2}$$

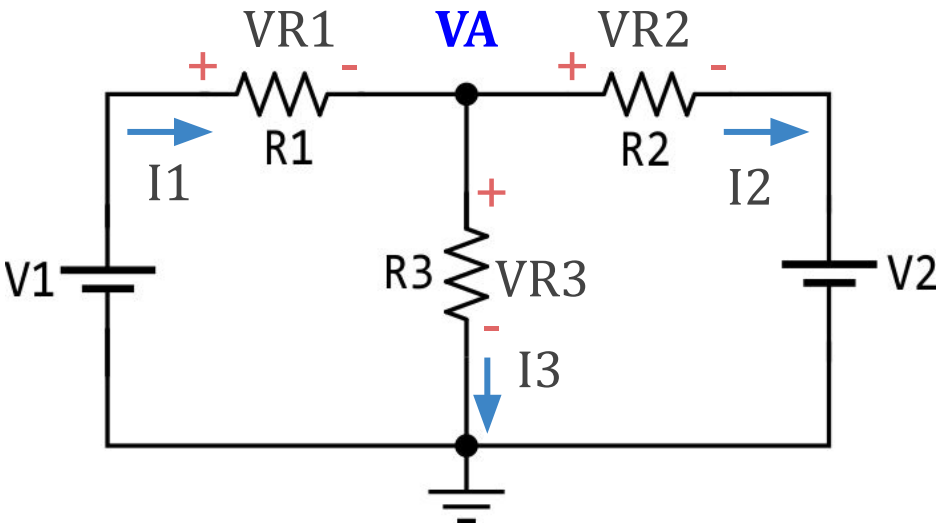
$$I1 = I1|_{V1} + I1|_{V2}$$

$$I2 = I2|_{V1} + I2|_{V2}$$

$$I3 = I3|_{V1} + I3|_{V2}$$

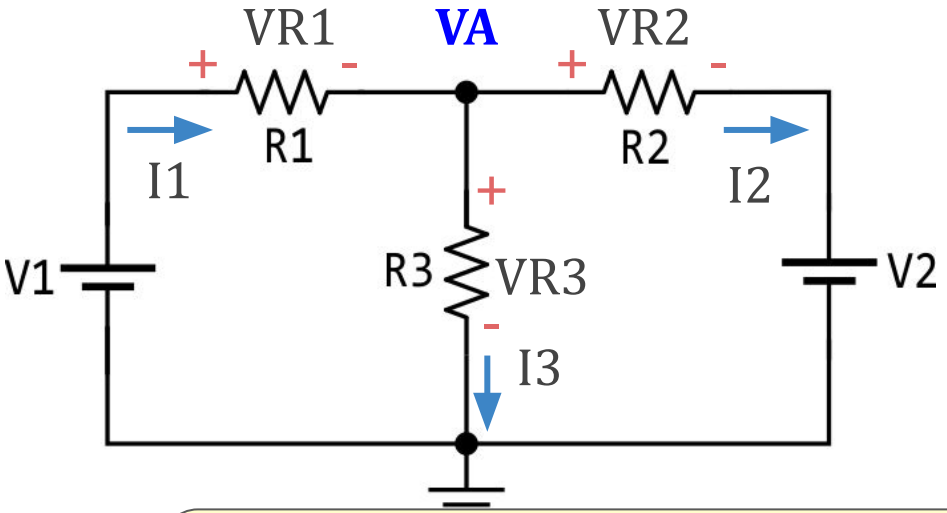
Método

Superposición | Método



Queremos hallar:

$$VA = VA|_{V1} + VA|_{V2}$$

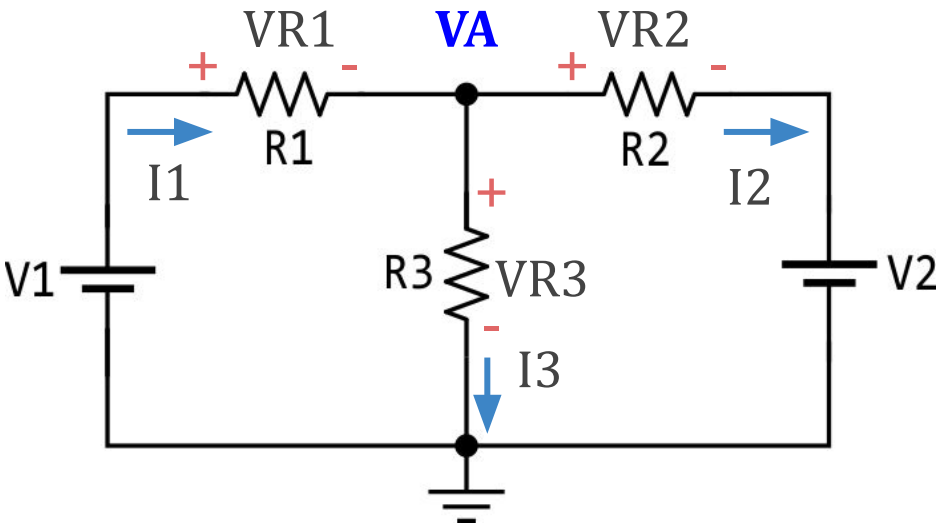


Queremos hallar:

$$VA = VA|_{V1} + VA|_{V2}$$

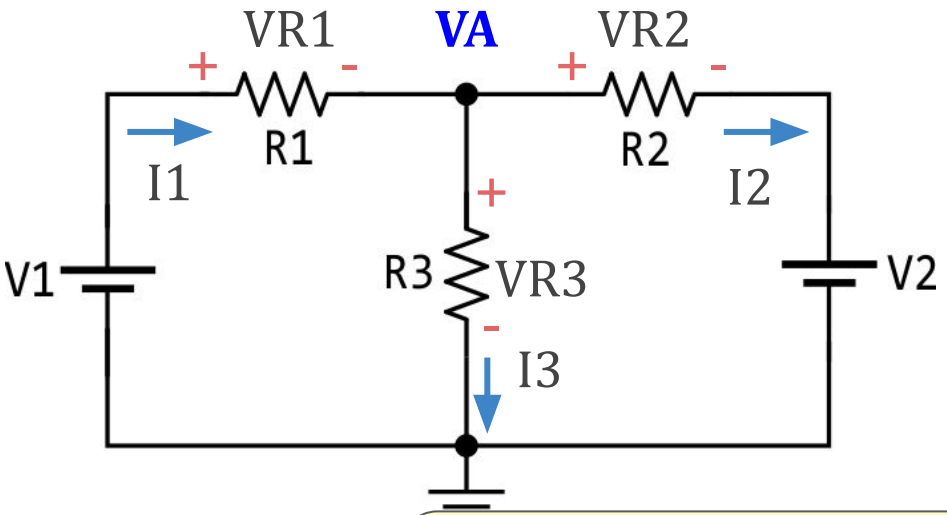
¿Cómo calculamos $VA|_{V1}$ y $VA|_{V2}$?

Superposición | Método



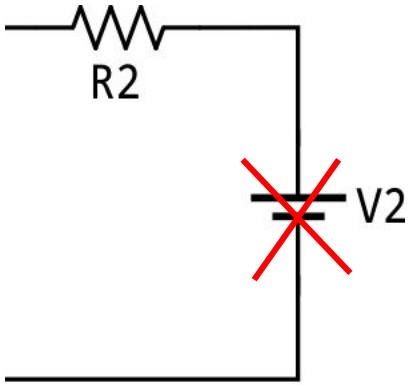
- Pasivamos **V2** y calculamos $\mathbf{VA|_{V1}}$
- Pasivamos **V1** y calculamos $\mathbf{VA|_{V2}}$

Superposición | Método

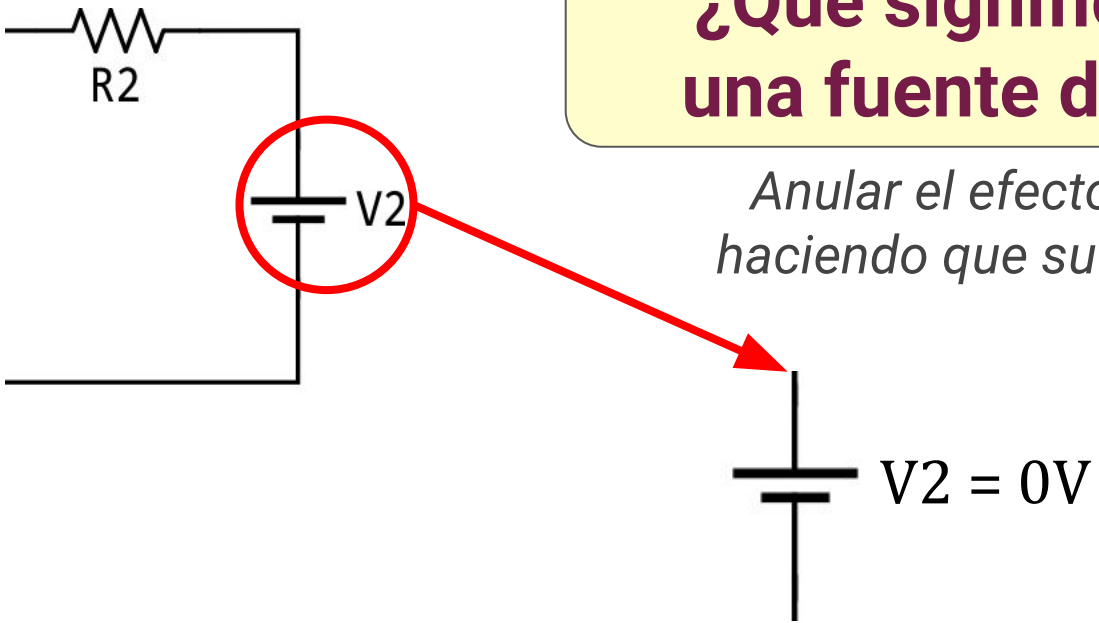


- Pasivamos **V2** y calculamos $\mathbf{VA|_{V1}}$
- Pasivamos **V1** y calculamos $\mathbf{VA|_{V2}}$

¿Qué significa pasivar una fuente de tensión?

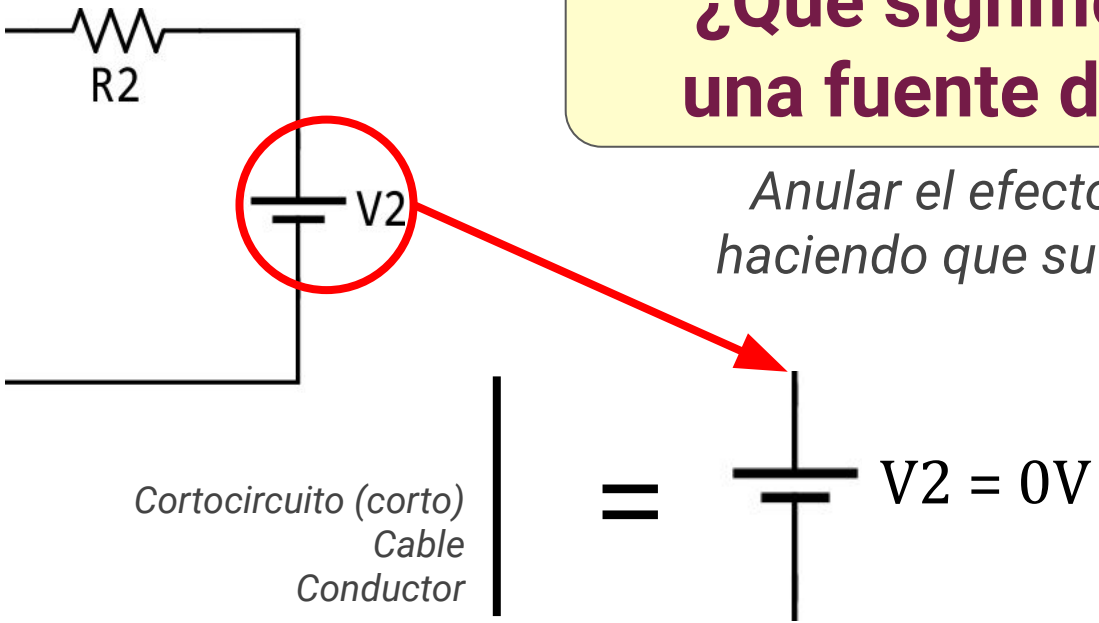


¿Qué significa pasivar una fuente de tensión?



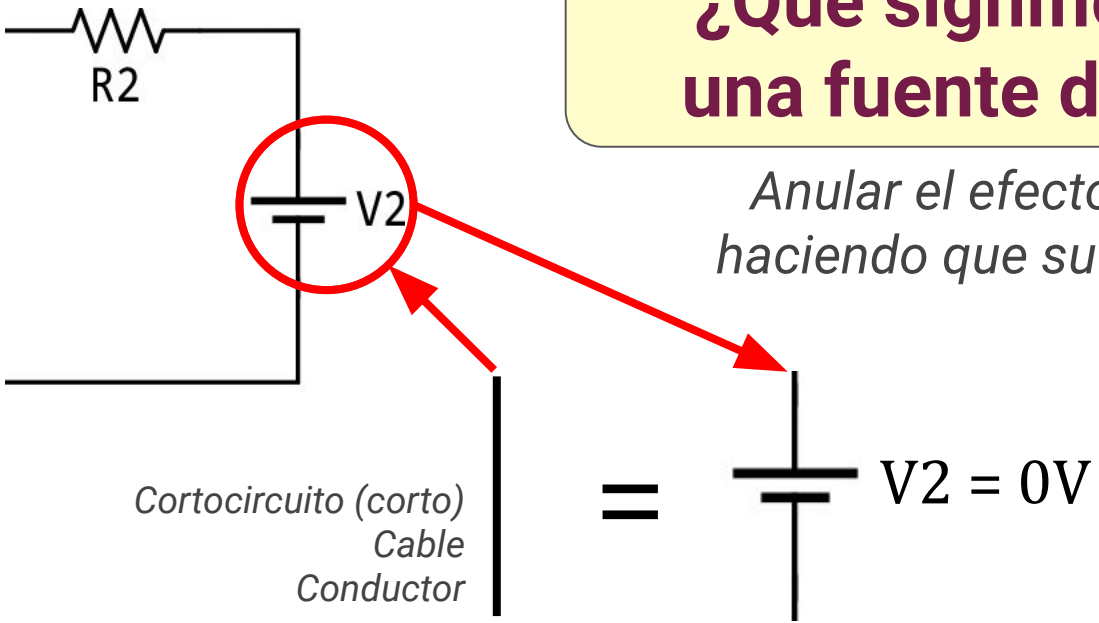
¿Qué significa pasivar una fuente de tensión?

Anular el efecto de la fuente haciendo que su valor sea cero



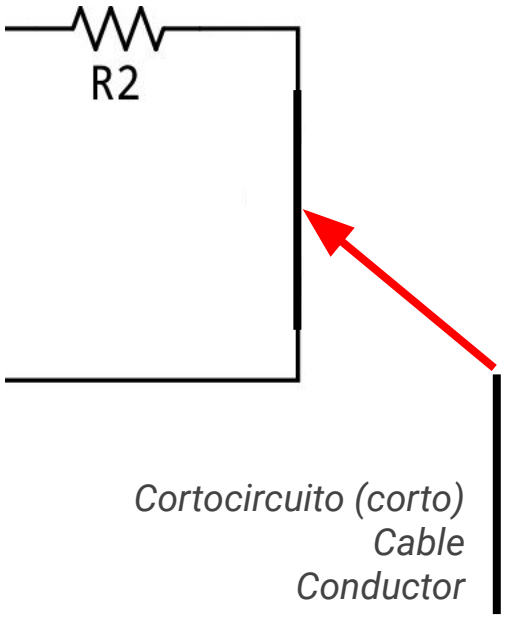
¿Qué significa pasivar una fuente de tensión?

Anular el efecto de la fuente haciendo que su valor sea cero



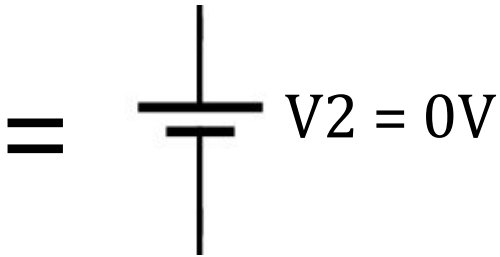
¿Qué significa pasivar una fuente de tensión?

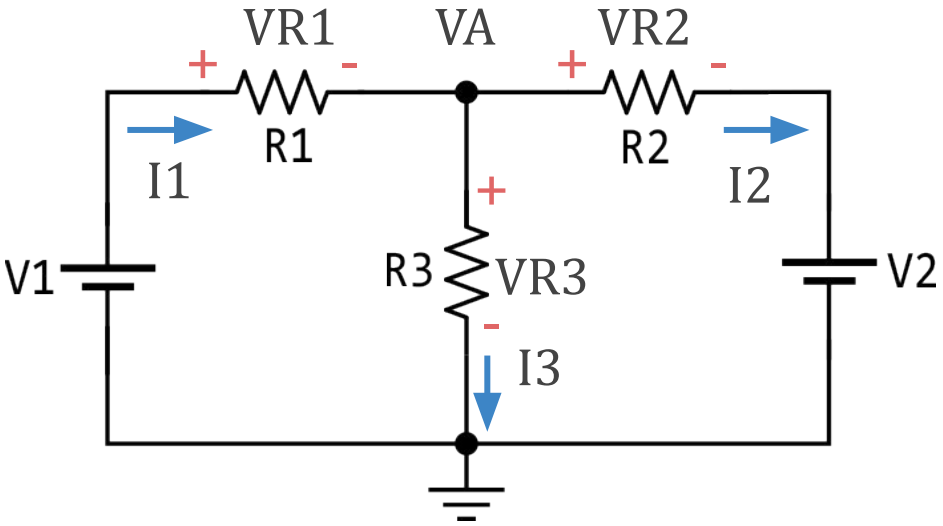
Anular el efecto de la fuente haciendo que su valor sea cero



¿Qué significa pasivar una fuente de tensión?

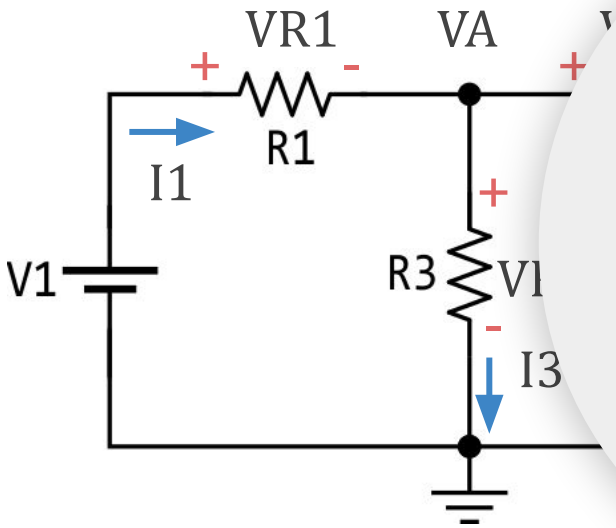
Anular el efecto de la fuente haciendo que su valor sea cero





Ahora apliquemos el método...

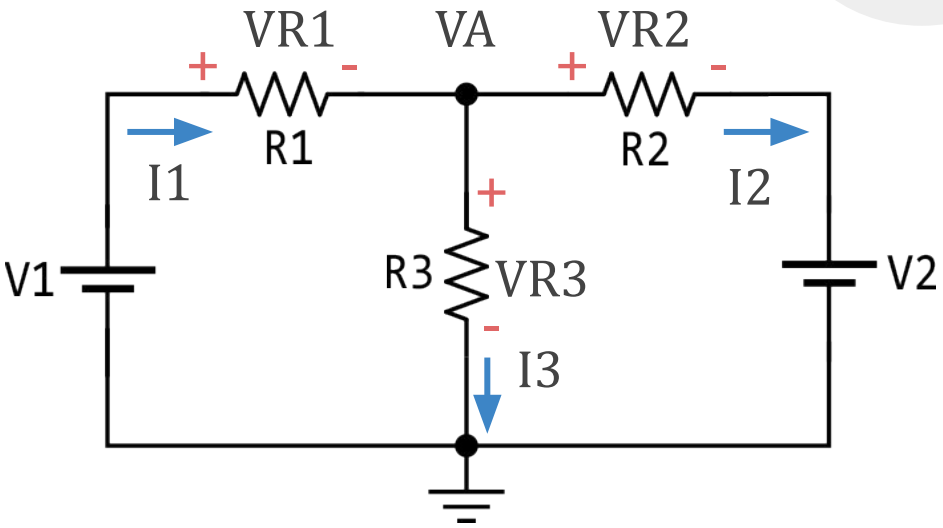
Superposición | Método



$$VA|_{V1}$$

Superposición | Método

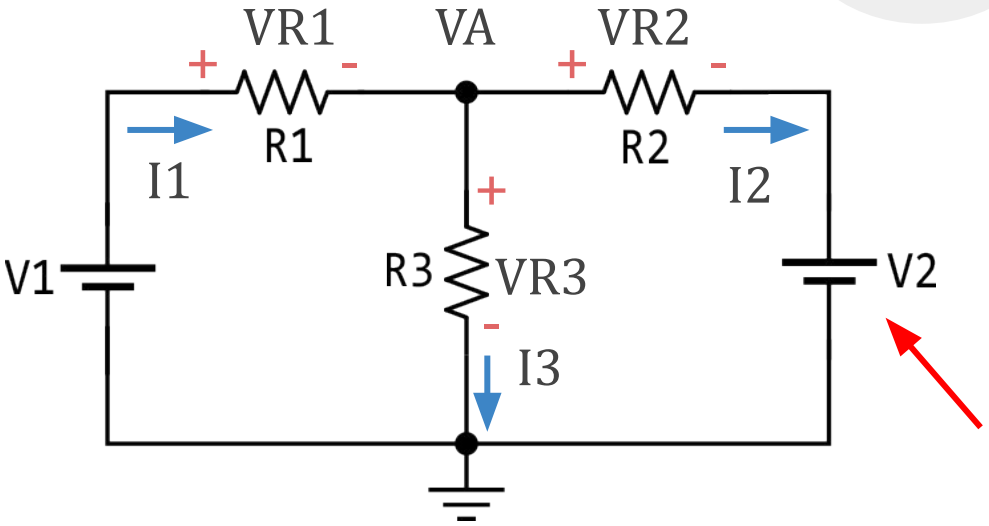
$VA|_{V1}$



1. Pasivamos V2 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V1}$

Superposición | Método

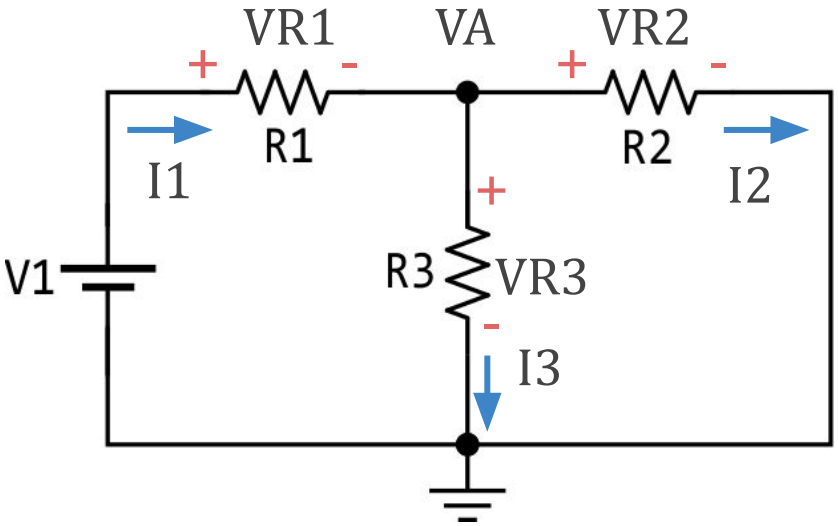
$VA|_{V1}$



1. Pasivamos V2 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V1}$

Superposición | Método

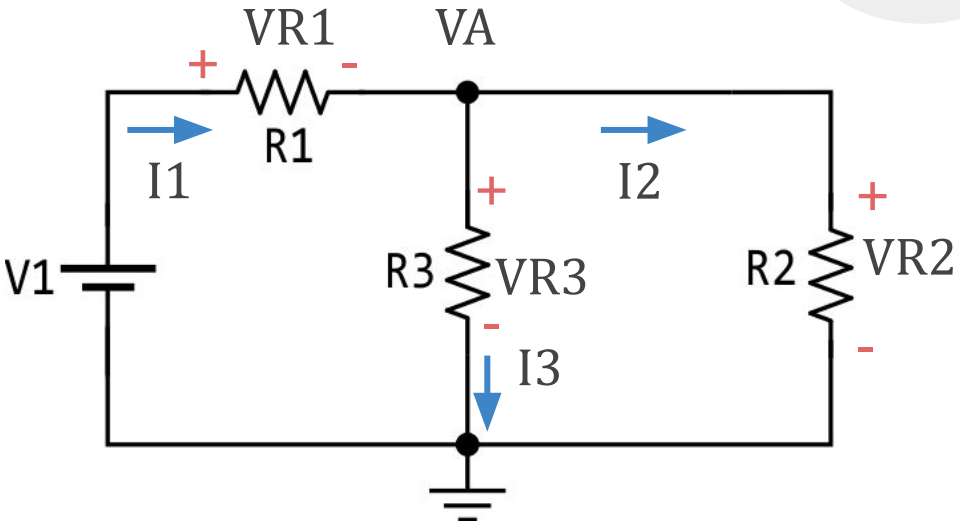
$VA|_{V1}$



1. Pasivamos V2 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V1}$

Superposición | Método

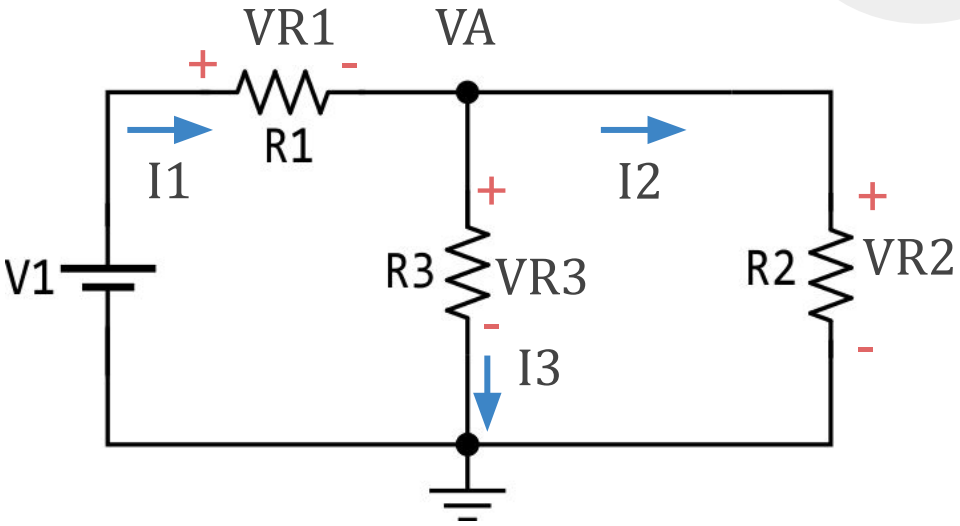
$VA|_{V1}$



1. Pasivamos V2 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V1}$

Superposición | Método

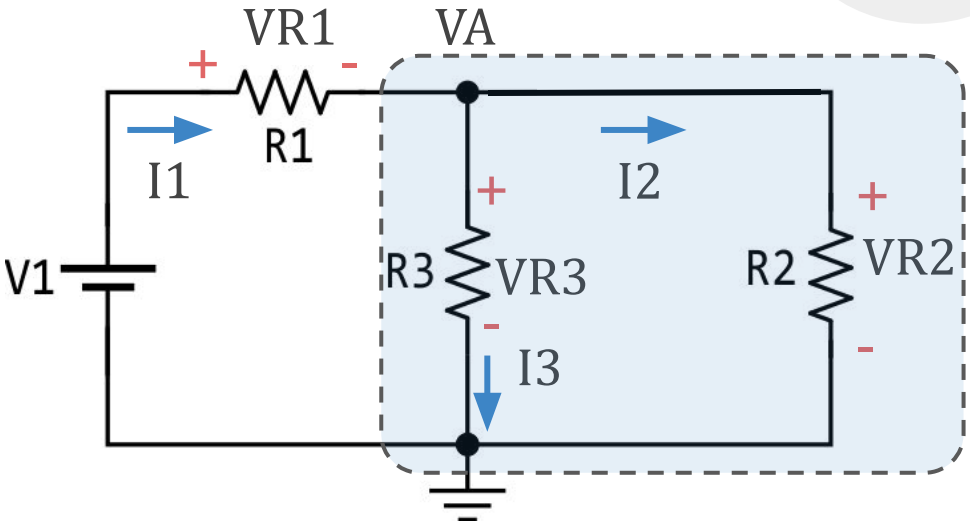
$VA|_{V1}$



1. Pasivamos V2 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V1}$

Superposición | Método

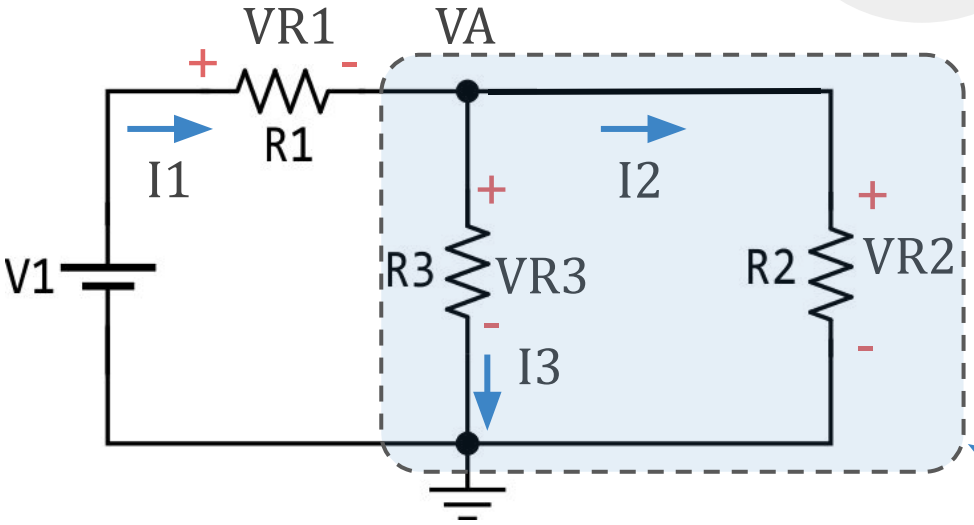
$VA|_{V1}$



1. Pasivamos V2 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V1}$

Superposición | Método

$VA|_{V1}$



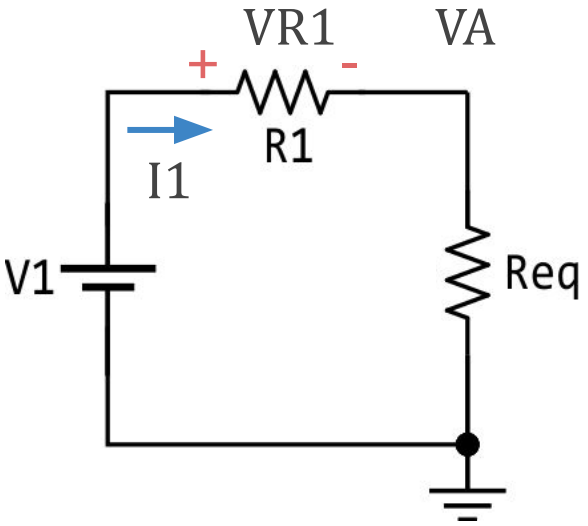
1. Pasivamos V2 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V1}$

$$Req = R2//R3$$

Resistencia equivalente en paralelo

Superposición | Método

$VA|_{V1}$



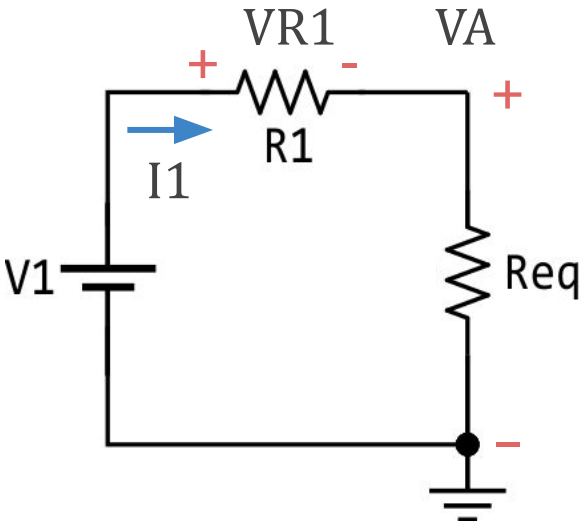
1. Pasivamos V2 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V1}$

$$Req = R2//R3$$

Resistencia equivalente en paralelo

Superposición | Método

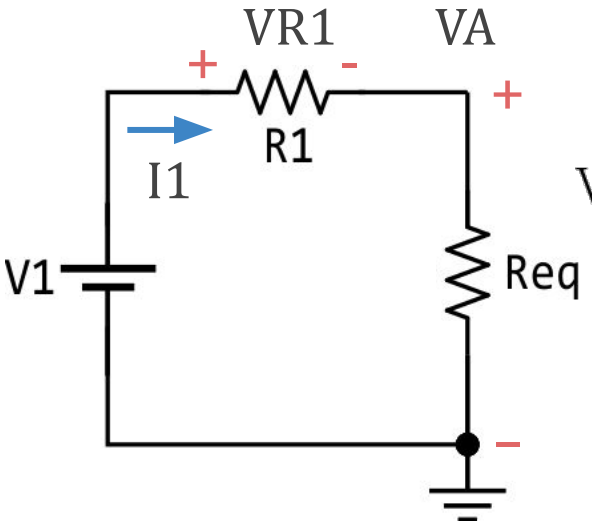
$VA|_{V1}$



1. Pasivamos V2 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V1}$

Superposición | Método

$\mathbf{VA|_{V1}}$



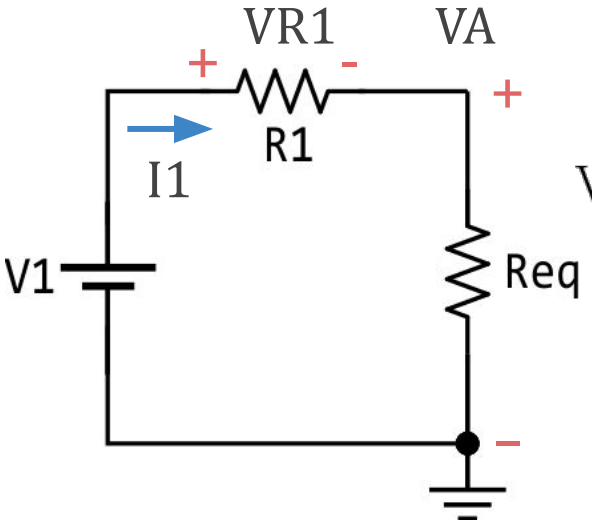
Divisor de tensión

$$VA|_{V1} = \frac{Req}{Req + R1} V1$$

1. Pasivamos V2 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V1}$

Superposición | Método

$$VA|_{V1}$$



Divisor de tensión

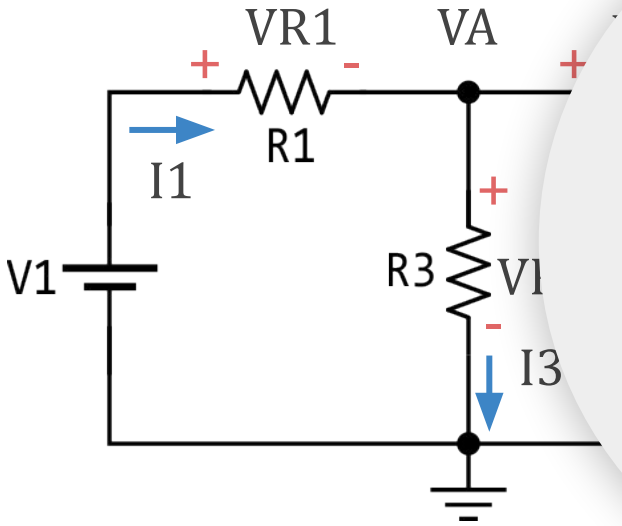
$$VA|_{V1} = \frac{Req}{Req + R1} V1$$

1. Pasivamos V2 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V1}$

Reemplazamos la *Req*

$$VA|_{V1} = \frac{R2//R3}{R2//R3 + R1} V1$$

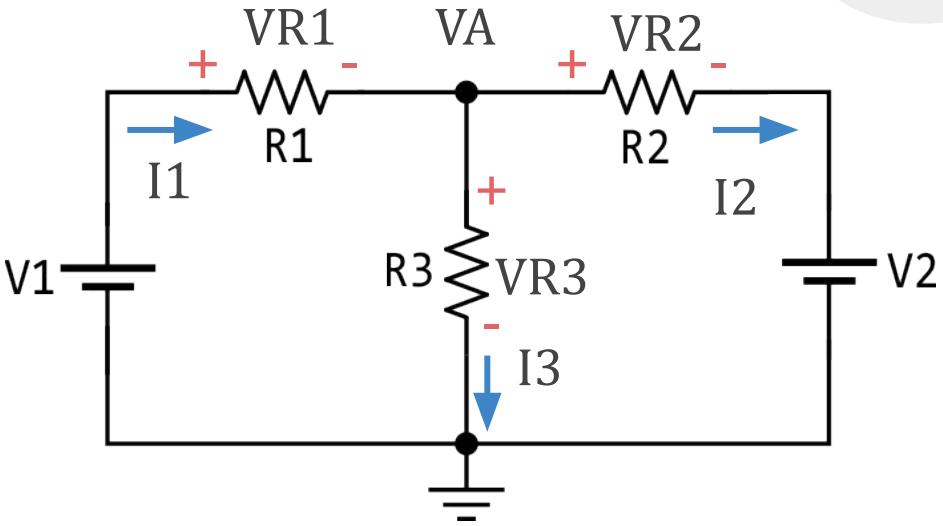
Superposición | Método



$$VA|_{V2}$$

Superposición | Método

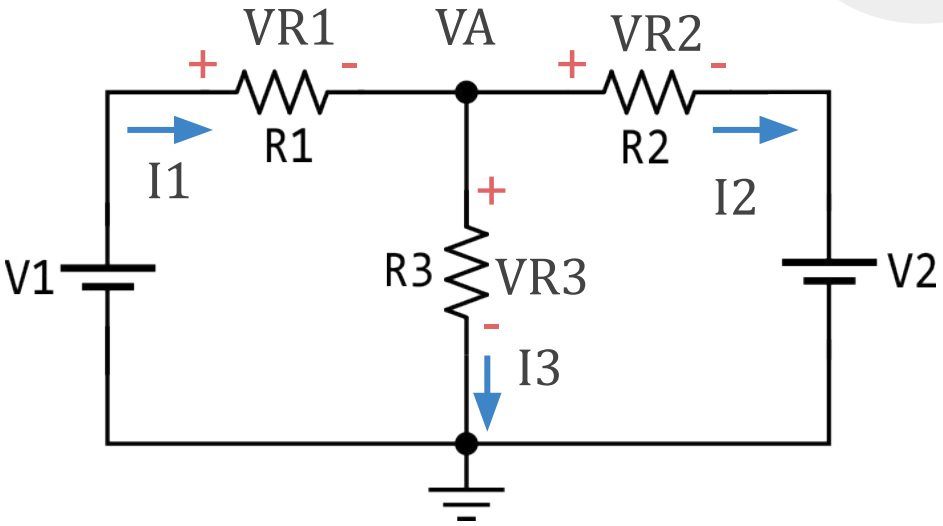
$VA|_{V2}$



1. Pasivamos V1 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V2}$

Superposición | Método

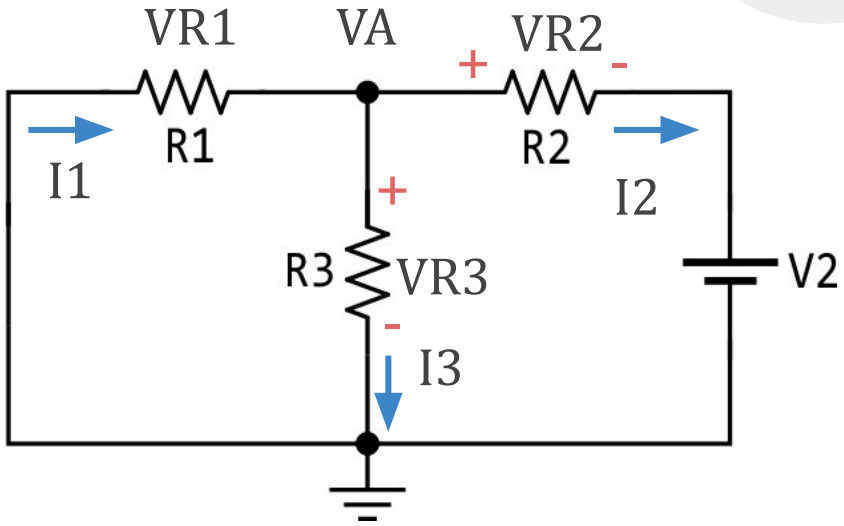
$VA|_{V2}$



1. Pasivamos V1 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V2}$

Superposición | Método

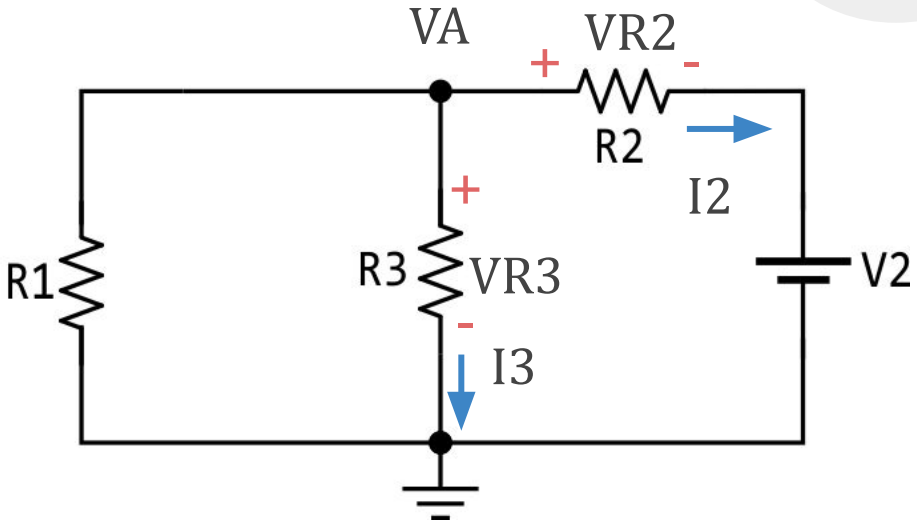
$VA|_{V2}$



1. Pasivamos V1 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V2}$

Superposición | Método

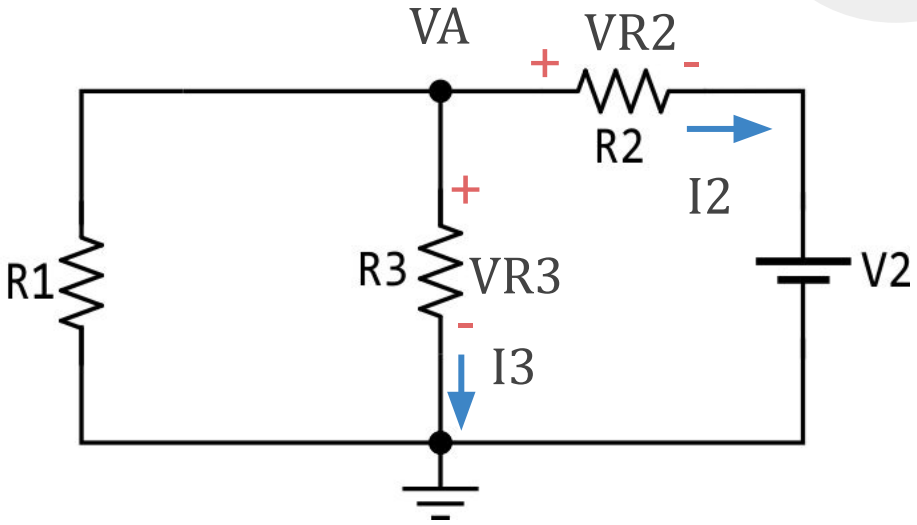
$VA|_{V2}$



1. Pasivamos V1 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V2}$

Superposición | Método

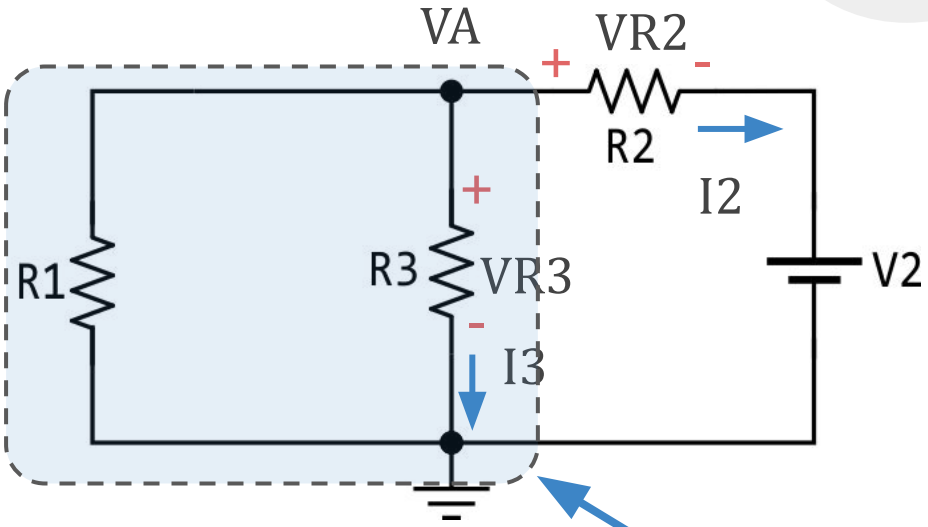
$VA|_{V2}$



1. Pasivamos V1 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V2}$

Superposición | Método

$VA|_{V2}$



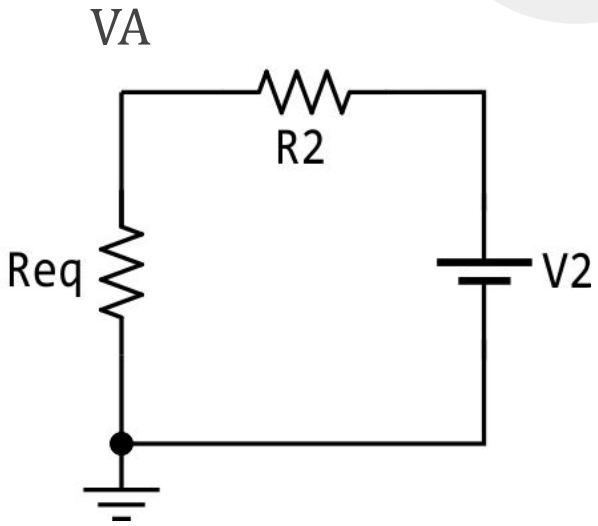
1. Pasivamos V1 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V2}$

$Req = R1//R3$

Resistencia equivalente en paralelo

Superposición | Método

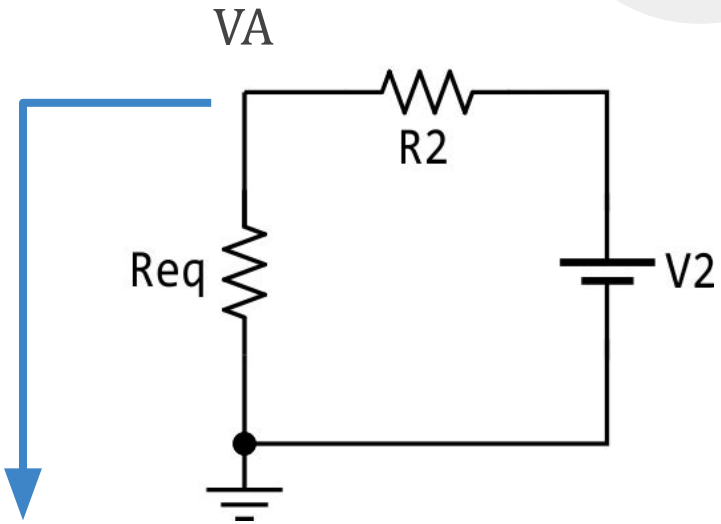
$VA|_{V2}$



1. Pasivamos V1 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V2}$

Superposición | Método

$VA|_{V2}$



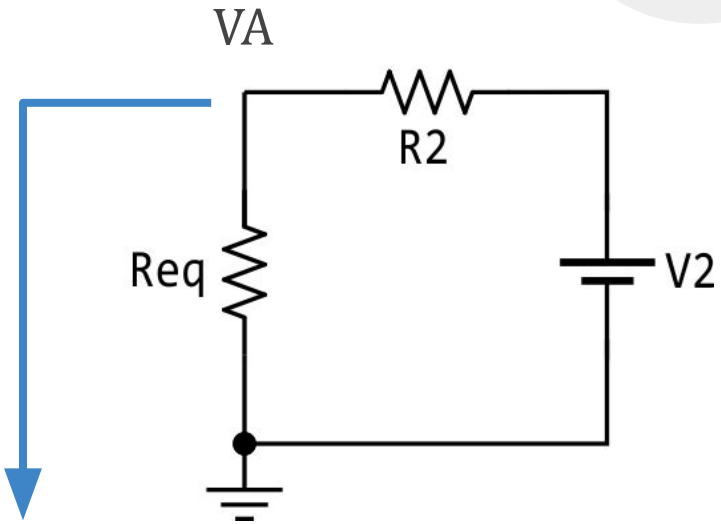
1. Pasivamos V1 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V2}$

Divisor de tensión

$$VA|_{V2} = \frac{Req}{Req + R2} V2$$

Superposición | Método

$VA|_{V2}$



1. Pasivamos V1 (=0V)
2. Calculamos $VA|_{V2}$

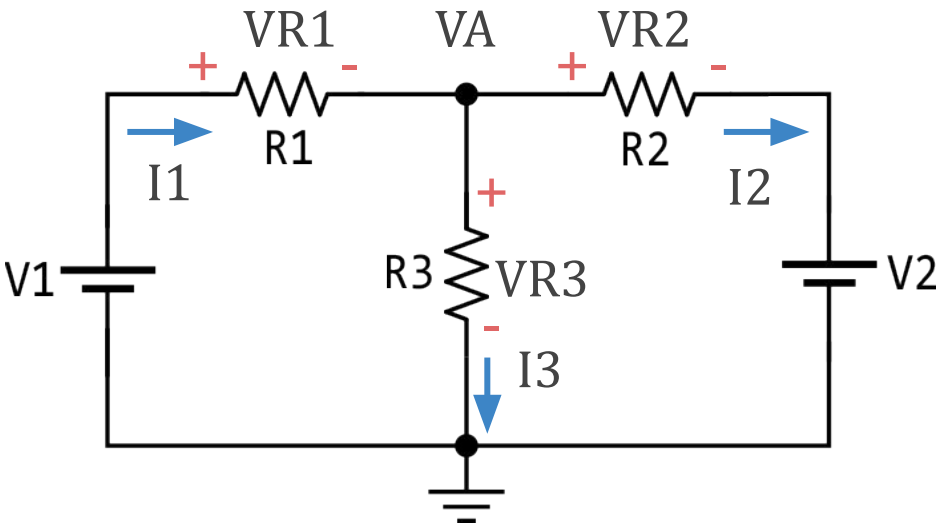
Divisor de tensión

$$VA|_{V2} = \frac{Req}{Req + R2} V2$$

Reemplazamos la *Req*

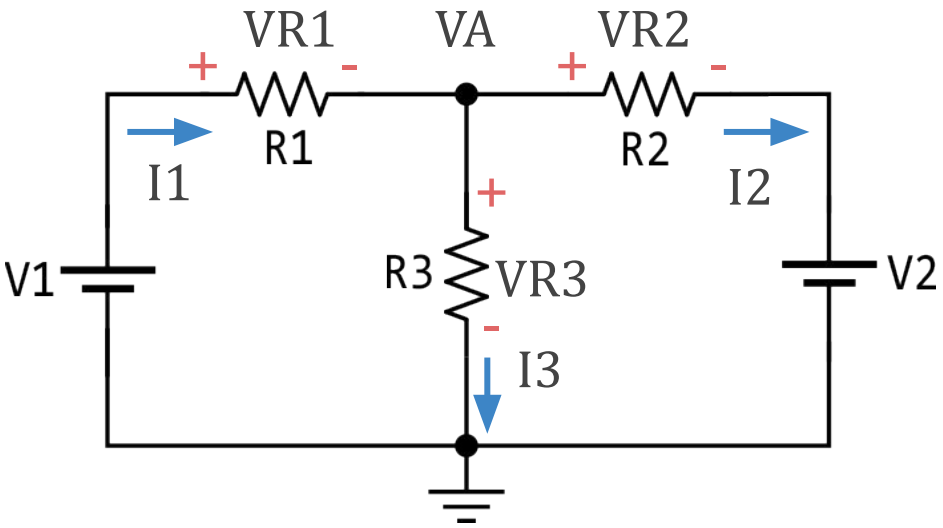
$$VA|_{V2} = \frac{R1//R3}{R1//R3 + R2} V2$$

Superposición | Método



$$VA = VA|_{V1} + VA|_{V2}$$

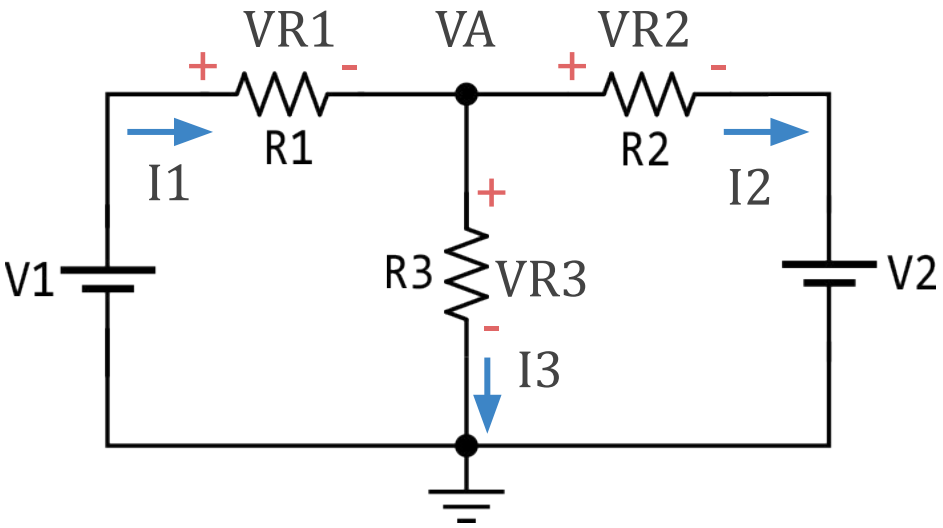
Superposición | Método



$$VA = VA|_{V1} + VA|_{V2}$$

$$VA|_{V1} = \frac{R2//R3}{R2//R3 + R1} V1$$

Superposición | Método

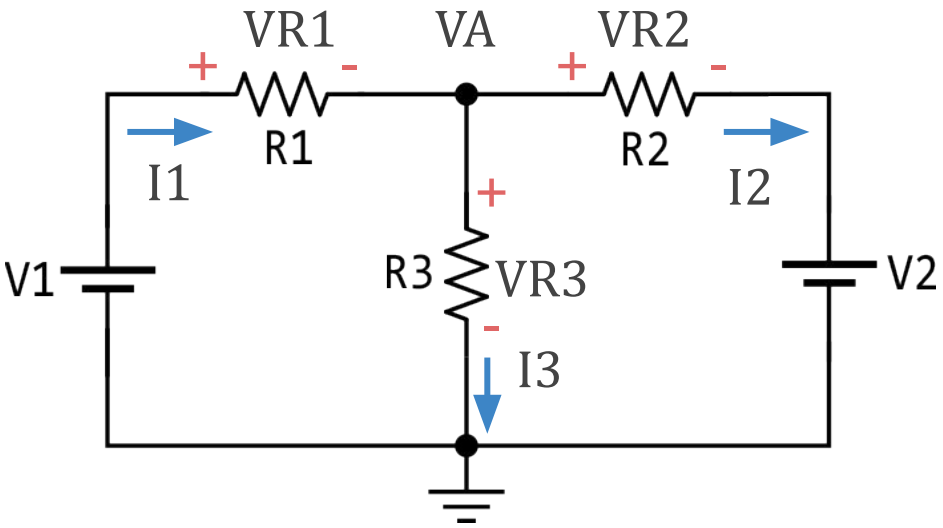


$$VA = VA|_{V1} + VA|_{V2}$$

$$VA|_{V1} = \frac{R2//R3}{R2//R3 + R1} V1$$

$$VA|_{V2} = \frac{R1//R3}{R1//R3 + R2} V2$$

Superposición | Método



$$VA = VA|_{V1} + VA|_{V2}$$

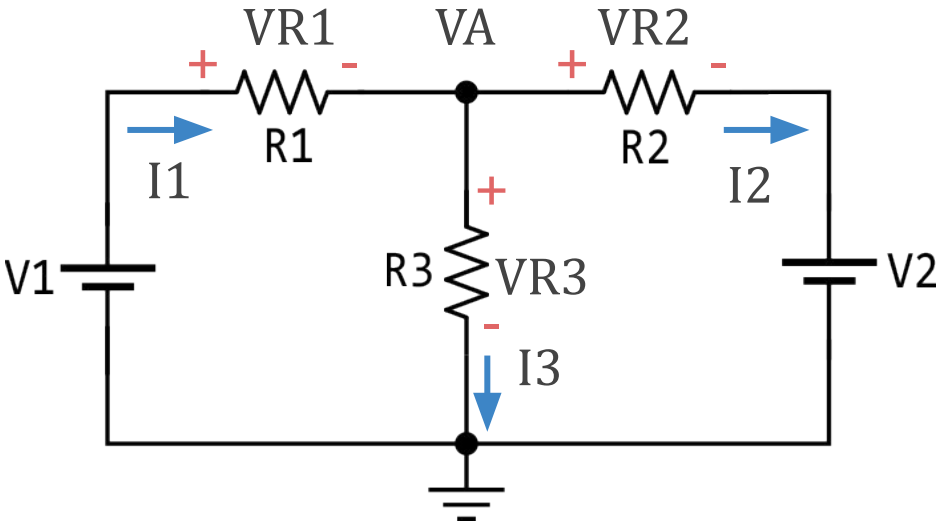
$$VA|_{V1} = \frac{R2//R3}{R2//R3 + R1} V1$$

$$VA|_{V2} = \frac{R1//R3}{R1//R3 + R2} V2$$

Tensión VA como la suma de los aportes de V1 y V2

$$VA = \frac{R2//R3}{R2//R3 + R1} V1 + \frac{R1//R3}{R1//R3 + R2} V2$$

Superposición | Método

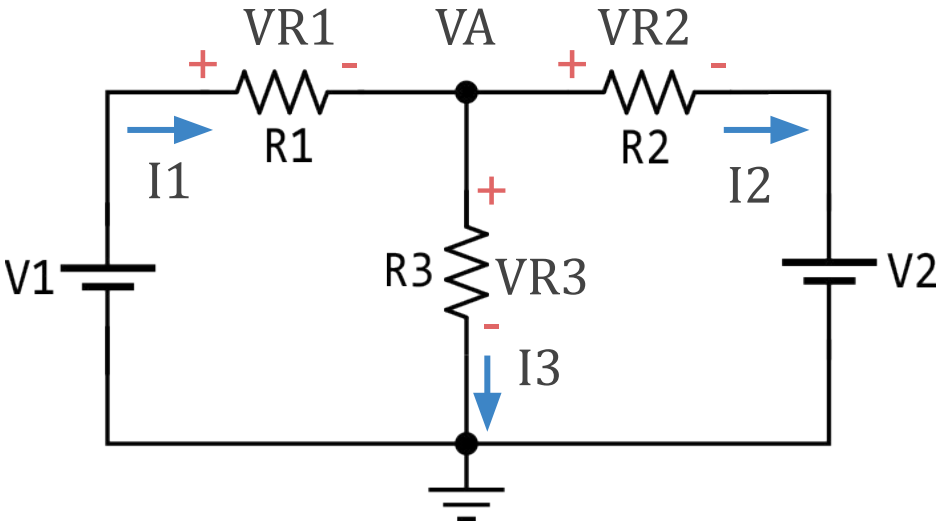


$$VA = \frac{R2//R3}{R2//R3 + R1} V1 + \frac{R1//R3}{R1//R3 + R2} V2$$

V1=20 V ; V2= 5 V ;

R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ

Superposición | Método



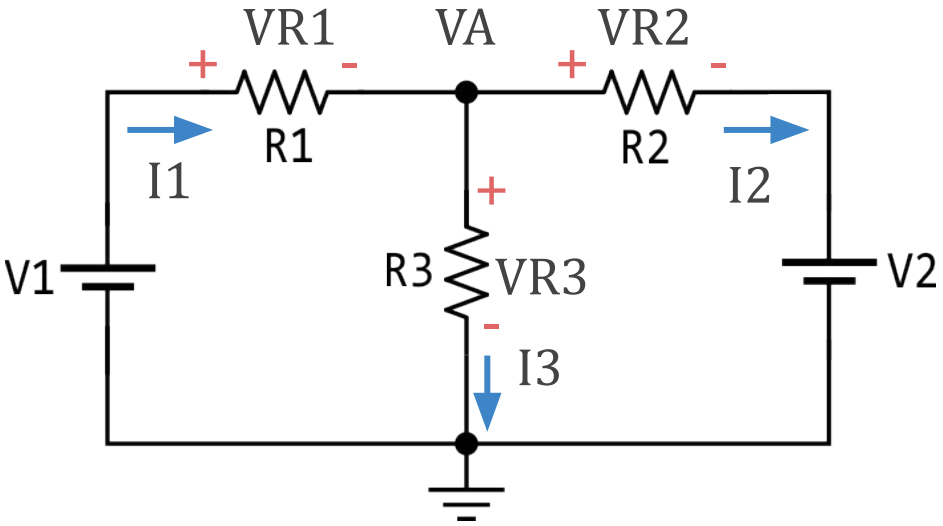
$$VA = \frac{R2//R3}{R2//R3 + R1} V1 + \frac{R1//R3}{R1//R3 + R2} V2$$

$$VA = \frac{1{,}2\,k\Omega}{1{,}2\,k\Omega + 3{,}6\,k\Omega} V1 + \frac{1{,}8\,k\Omega}{1{,}8\,k\Omega + 1{,}8\,k\Omega} V2$$

V1=20 V ; V2= 5 V ;

R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ

Superposición | Método



$$VA = \frac{R2//R3}{R2//R3 + R1} V1 + \frac{R1//R3}{R1//R3 + R2} V2$$

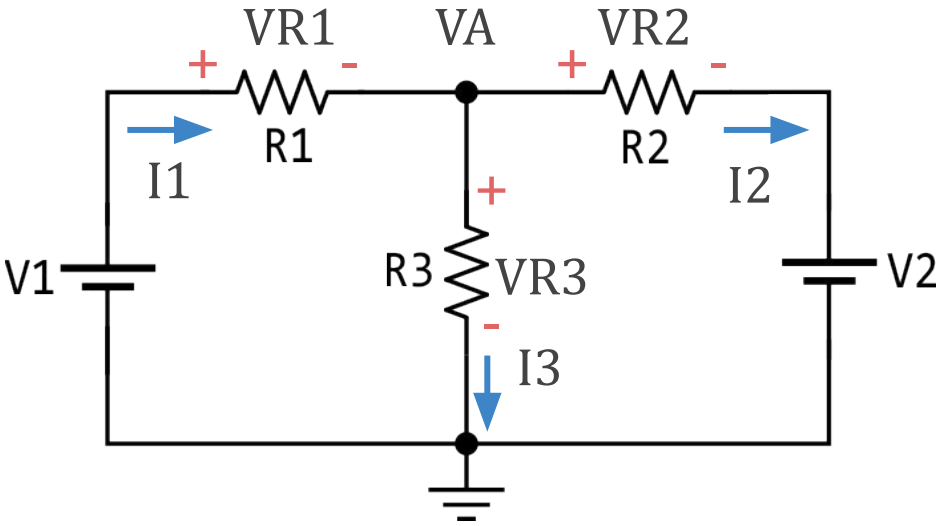
$$VA = \frac{1{,}2\,k\Omega}{1{,}2\,k\Omega + 3{,}6\,k\Omega} V1 + \frac{1{,}8\,k\Omega}{1{,}8\,k\Omega + 1{,}8\,k\Omega} V2$$

$$VA = 0{,}25\,V1 + 0{,}5\,V2$$

V1=20 V ; V2= 5 V ;

R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ

Superposición | Método



V1=20 V ; V2= 5 V ;

R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ

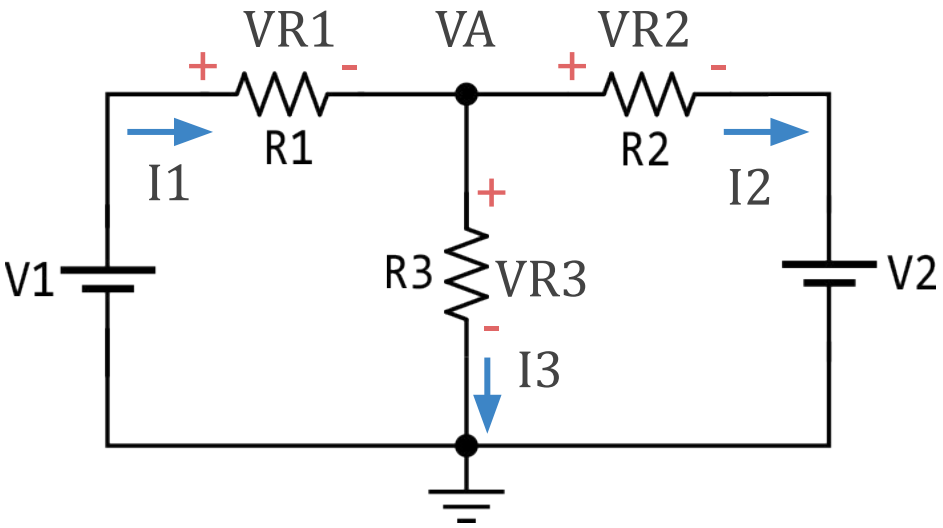
$$VA = \frac{R2//R3}{R2//R3 + R1} V1 + \frac{R1//R3}{R1//R3 + R2} V2$$

$$VA = \frac{1{,}2\,k\Omega}{1{,}2\,k\Omega + 3{,}6\,k\Omega} V1 + \frac{1{,}8\,k\Omega}{1{,}8\,k\Omega + 1{,}8\,k\Omega} V2$$

$$VA = 0{,}25\,V1 + 0{,}5\,V2$$

$$\boxed{VA = 7{,}5\,V}$$

Superposición | Método

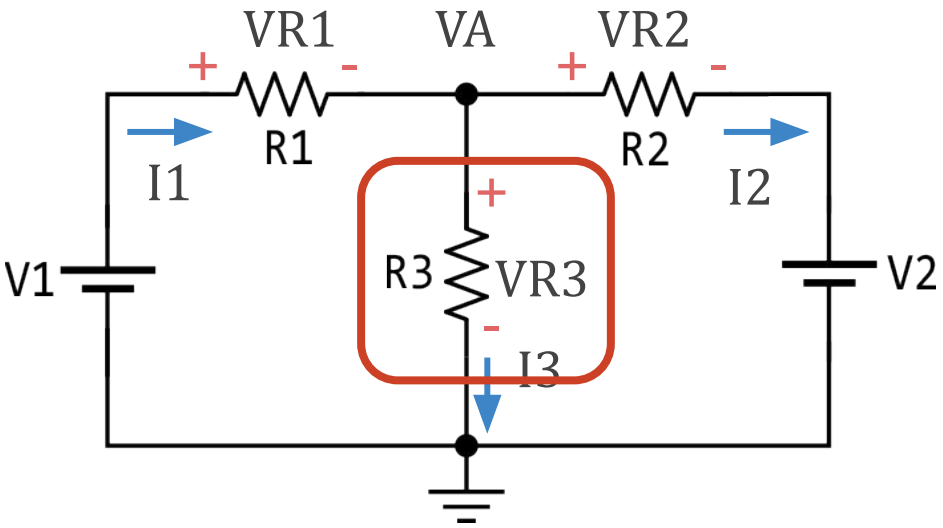


$$VA = 7{,}5\ V$$

V1=20 V ; V2= 5 V ;

R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ

Superposición | Método



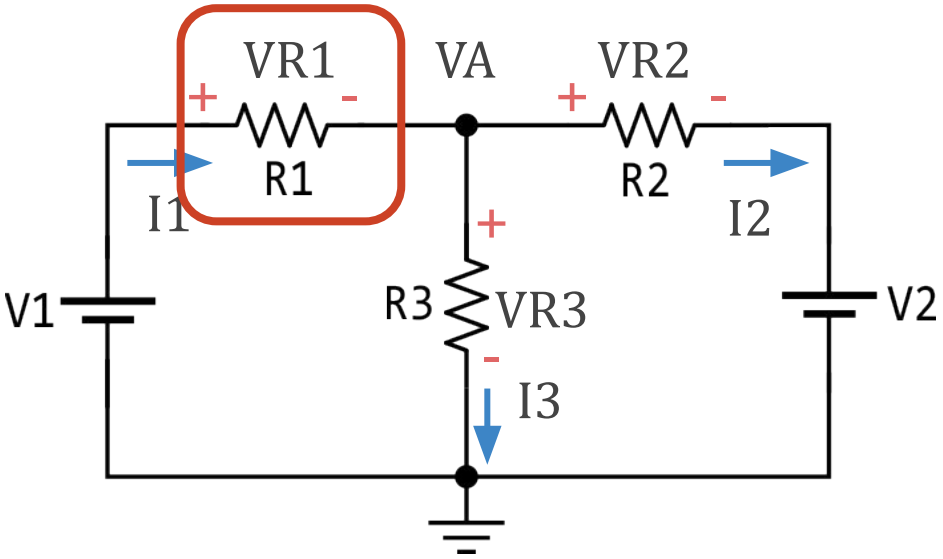
$$VA = 7{,}5\ V$$

VR3 = VA = 7,5 V

V1=20 V ; V2= 5 V ;

R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ

Superposición | Método



$$VA = 7{,}5\ V$$

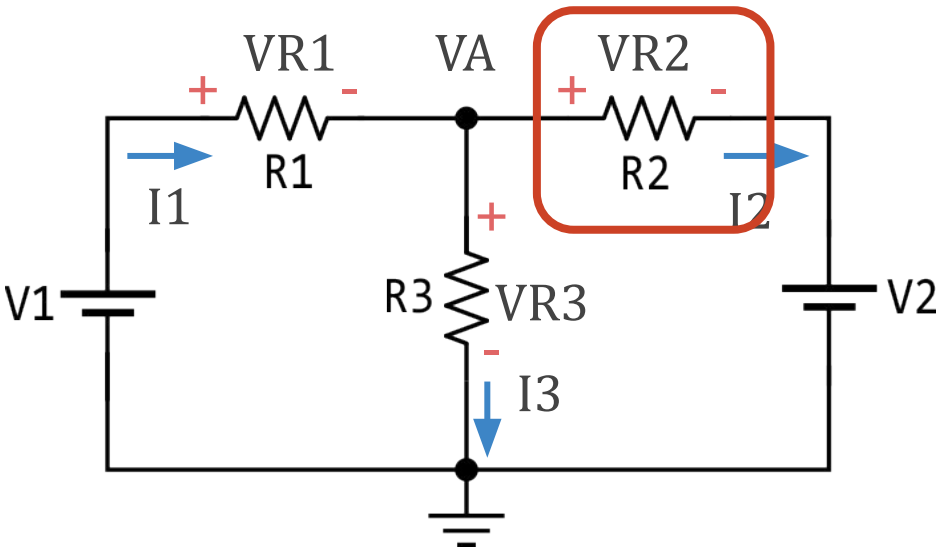
VR3 = VA = 7,5 V

VR1 = V1 - VA = 12,5 V

V1=20 V ; V2= 5 V ;

R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ

Superposición | Método



$$VA = 7{,}5\ V$$

VR3 = VA = 7,5 V

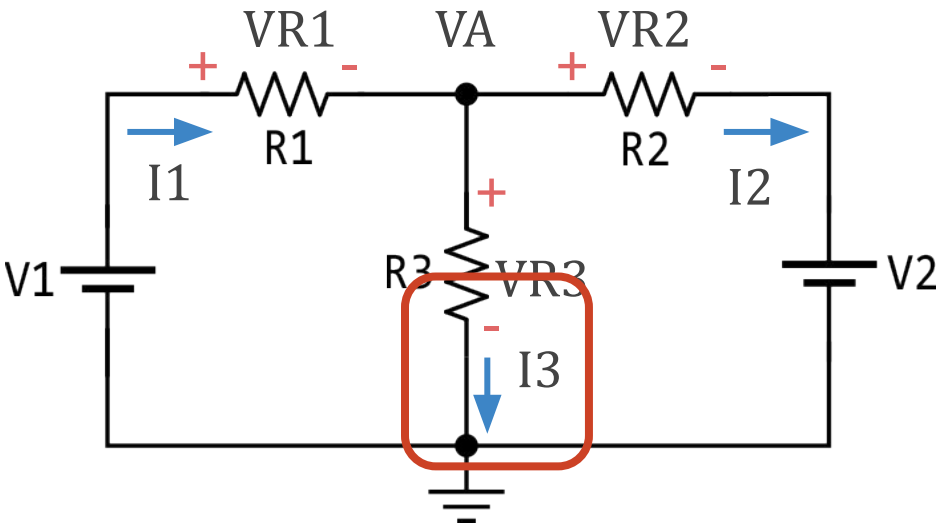
VR1 = V1 - VA = 12,5 V

VR2 = VA - V2 = 2,5 V

V1=20 V ; V2= 5 V ;

R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ

Superposición | Método



$$VA = 7{,}5\ V$$

VR3 = VA = 7,5 V

VR1 = V1 - VA = 12,5 V

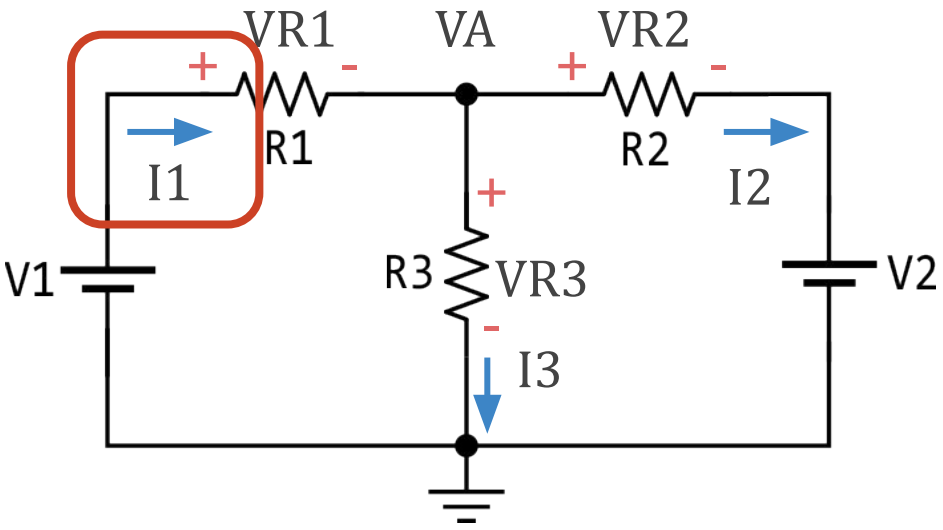
VR2 = VA - V2 = 2,5 V

I3 = VR3/R3 = 2,08 mA

V1=20 V ; V2= 5 V ;

R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ

Superposición | Método



V1=20 V ; V2= 5 V ;
R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ

$$VA = 7{,}5\ V$$

VR3 = VA = 7,5 V

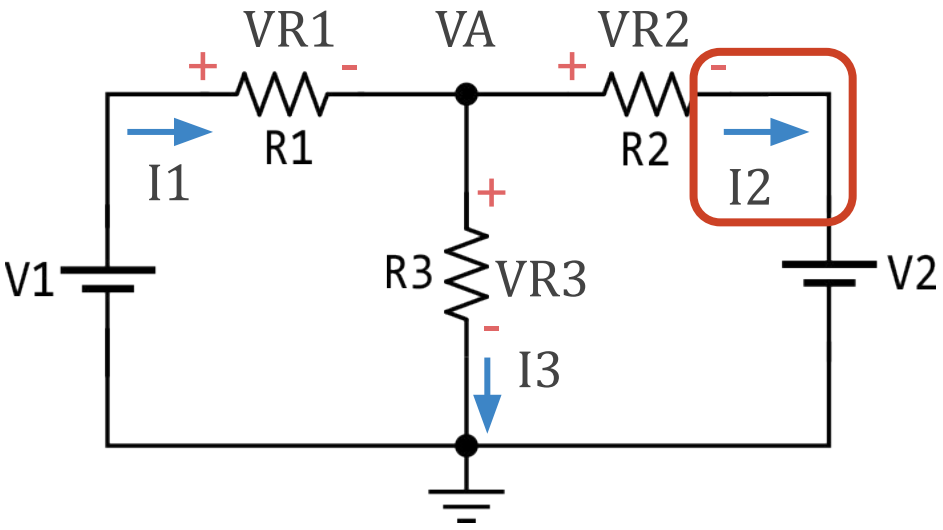
VR1 = V1 - VA = 12,5 V

VR2 = VA - V2 = 2,5 V

I3 = VR3/R3 = 2,08 mA

I1 = VR1/R1 = 3,47 mA

Superposición | Método



V1=20 V ; V2= 5 V ;
R1= 3,6 kΩ ; R2= 1,8 kΩ ; R3= 3,6 kΩ

$$VA = 7{,}5\ V$$

VR3 = VA = 7,5 V

VR1 = V1 - VA = 12,5 V

VR2 = VA - V2 = 2,5 V

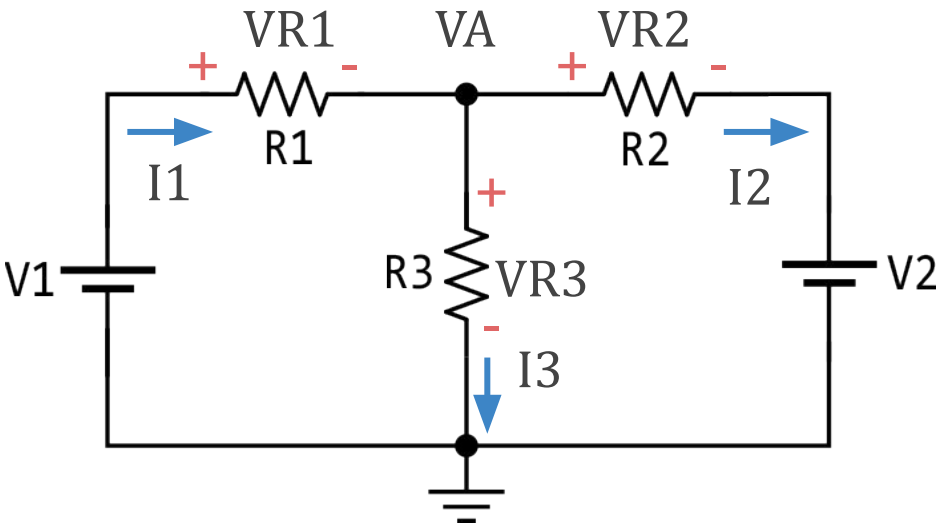
I3 = VR3/R3 = 2,08 mA

I1 = VR1/R1 = 3,47 mA

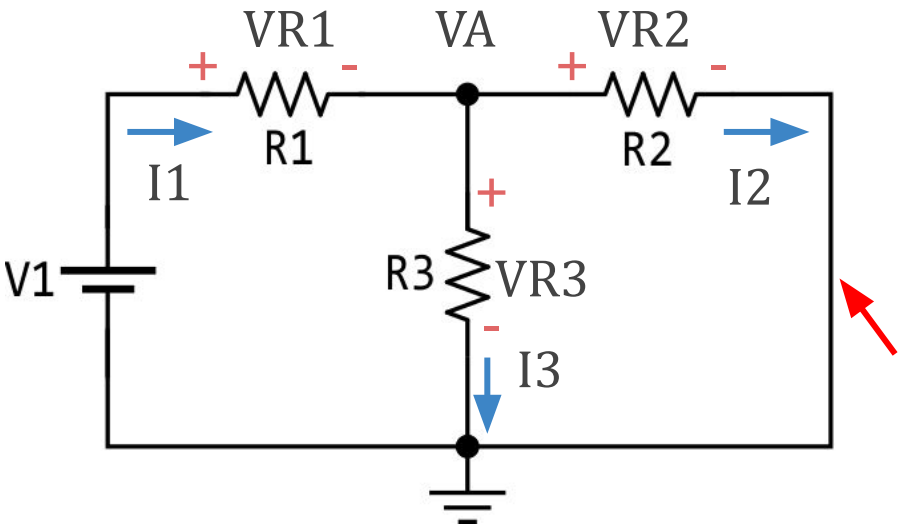
I2 = VR2/R2 = 1,39 mA

Resumen

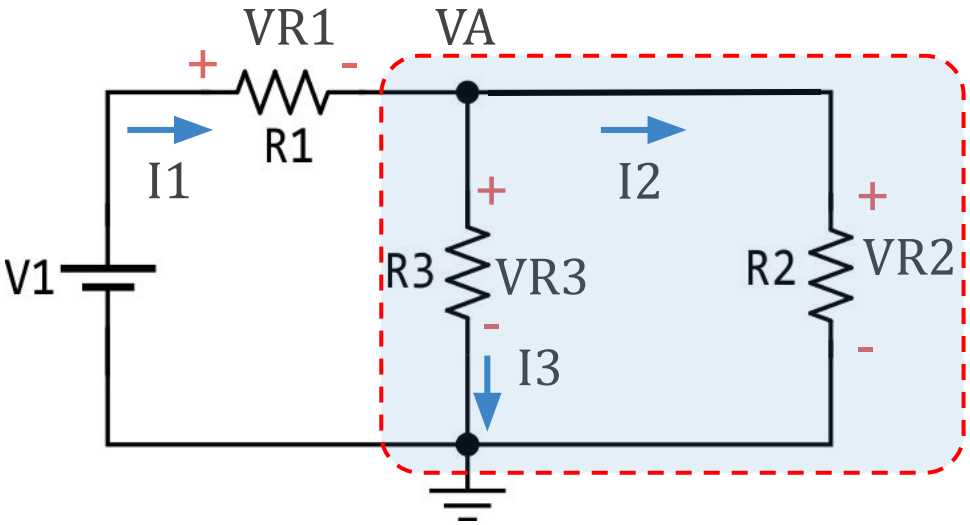
Superposición | Método



Buscamos $VA|_{V1}$

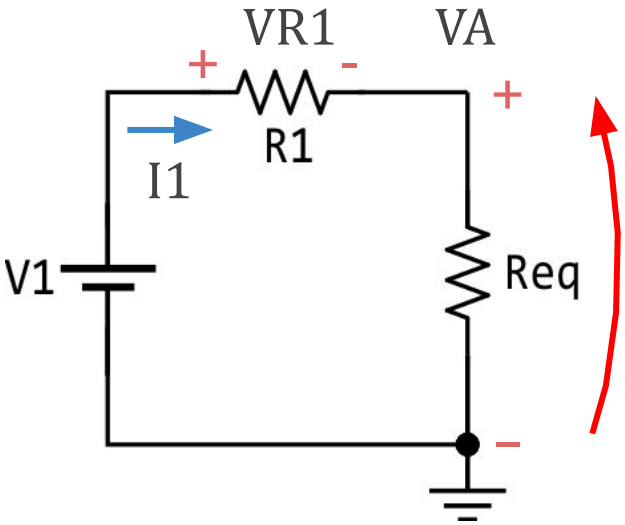


Pasivamos V2



Calculamos resistencia paralelo

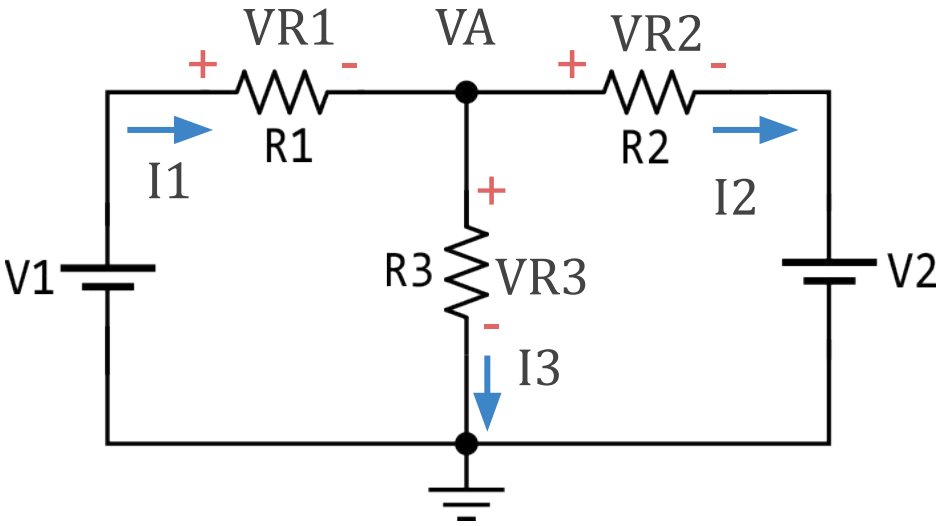
$$Req = R2//R3$$



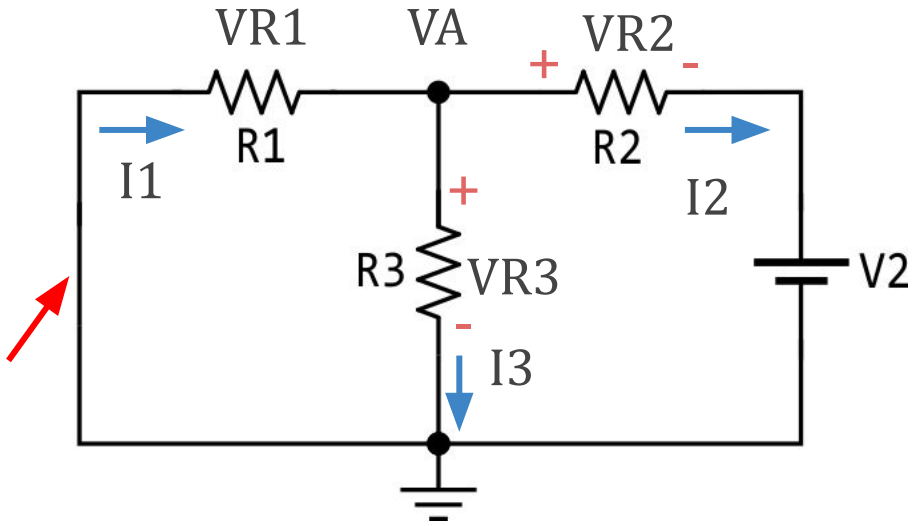
Aplicamos el divisor de tensión

$$VA|_{v1} = \frac{R2//R3}{R2//R3 + R1} V1$$

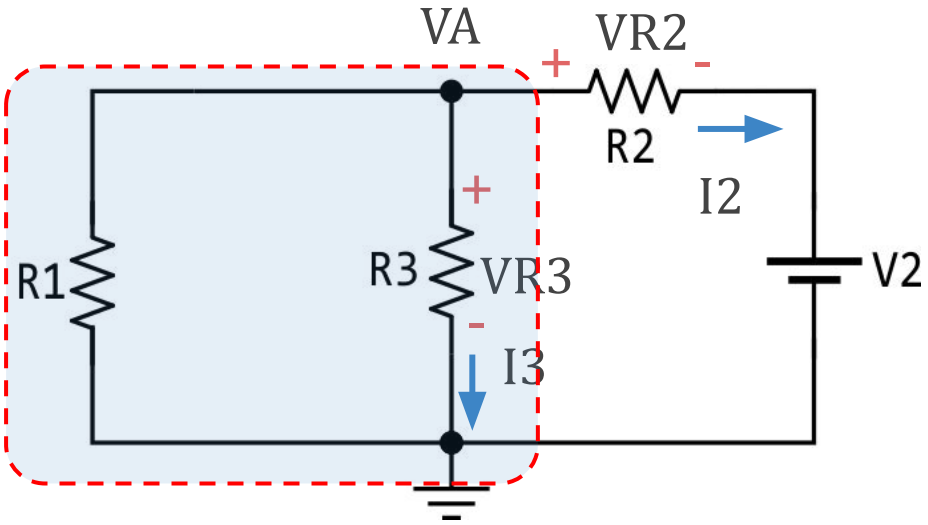
Superposición | Método



Buscamos $VA|_{V2}$

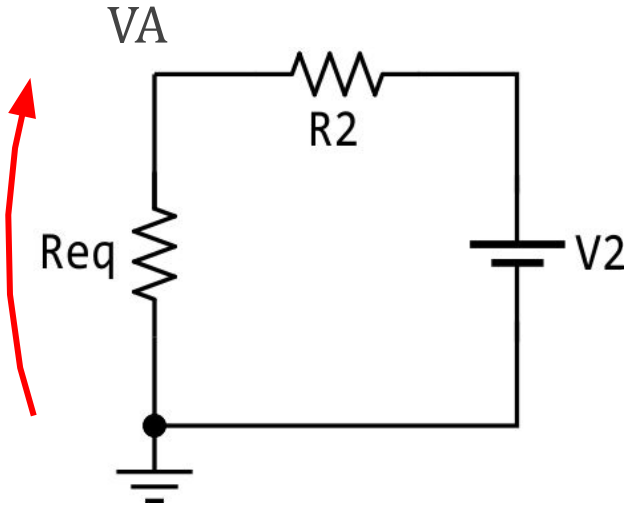


Pasivamos V1



Calculamos resistencia en paralelo

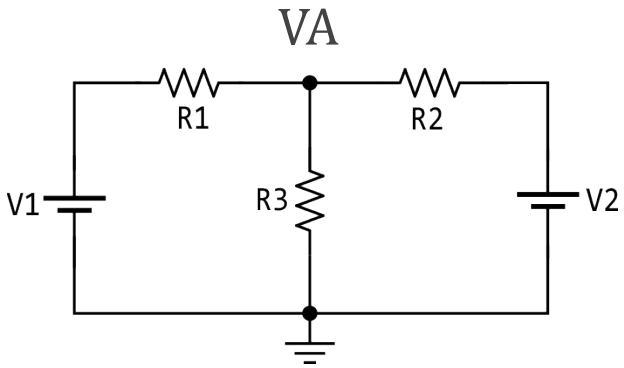
$$Req = R1//R3$$



Aplicamos el divisor de tensión

$$\mathrm{VA}\big|_{\mathrm{V2}} = \frac{\mathrm{R1//R3}}{\mathrm{R1//R3} + \mathrm{R2}}\mathrm{V2}$$

Superposición | Método



Obtenemos la *VA* final mediante **superposición**

$$VA = \frac{R2//R3}{R2//R3 + R1} V1 + \frac{R1//R3}{R1//R3 + R2} V2$$

¿Preguntas?